



Seriál: O experimentovaní

Milí riešitelia,

v tomto dieli seriálu sa budeme venovať téme, ktorá je (skoro) každému správne fyzikovi nesmierne blízka: experimenty a ich spracovanie. Mať slušný teoretický základ je vždy fajn; ale ak nejakú teóriu nevieme overiť v praxi, je táto teória zbytočná. V tomto dieli si teda ukážeme, ako postupovať, ak dostaneme za úlohu niečo namerať.

Krok prvý: riadne si to premyslieť

Počas experimentovania nie je nič ľahšie, ako na niečo zabudnúť. Preto si každú experimentálnu najskôr dostatočne *premyslite*. Ešte *pred* začatím samotného merania si teda sadnite a rozmýšľajte:

Aká fyzika stojí za mojím experimentom? Najčastejšie sa stretávame s dejmi z mechaniky, hydromechaniky (napr. Archimedov zákon), vo vyšších ročníkoch aj z elektriny, magnetizmu alebo optiky. Ak máme za úlohu zmerať, akú priemernú rýchlosť bude mať guľička, ktorú sme rozbehli „z kopčeka“, tak všetci vieme, že správny vzorec pre rýchlosť je

$$v = \frac{s}{t},$$

Vyzerá to tak, akoby sme mali merať iba dráhu s a čas t . My ale pokračujeme ďalej – na guľičku pôsobí predsa odporová sila vzduchu a trenie s podložkou. Ak otvoríme tabuľky, dočítame sa tam, že táto odporová sila závisí napríklad na veľkosti guľičky alebo na jej hmotnosti. Je teda pravdepodobné, že ak by sme experiment s guľičkou zopakovali, no použili by sme 10-krát väčšiu guľičku z polystyrénu, výsledky by boli pravdepodobne rôzne. Bude teda určite dobré poznačiť si aj veľkosť a hmotnosť guľičky.

Aparatúra

Týmto čudným slovom fyzici volajú svoje experimentálne zariadenia. V UFe sa budeme stretávať len s jednoduchými aparatúrami, ktoré určite zoženiete doma. Aparatúru si nachystajte dopredu a usitite sa, že máte všetko. Lebo potom to príde:

- zistíte, že to pravítko je príliš krátke,
- beháte po byte a hľadáte teplomer,
- beháte za psom, ktorý vám ukradol skákalku,
- stojíte v kuchyni a rozmýšľate, kde máte uložený cukor.

Kolko toho treba namerať?

S pojmom *opakovanie merania* sa stretávame naozaj často. Áno, opakovanie je matka múdrosti, ale aj tu treba postupovať s rozumom.

Opakovať nejaké meranie je naozaj dôležitá vec. Pri väčšine experimentov platí, že fyzikálnu informáciu nám odovzávajú až vtedy, keď ich meriame veľa krát a získané výsledky spriemerujeme.

Úžasným príkladom v opakovaní merania je najväčšia fyzikálna inštitúcia CERN v Ženeve, kde pomocou obráť urýchľovačov častíc skúmajú procesy v mierke ešte menšej, ako je atómové jadro. V CERNe totiž priemerné meranie znamená namerať tú istú vec aspoň miliardukrát.

No ale vráťme sa do nášho sveta: pri meraní experimentu v UFe postačí zopakovať meranie aspoň 3-krát, najlepšie ale 5 až 10-krát. Opakovať meranie ale nemá zmysel, ak by sme mali dokola merať tie isté hodnoty. Zmerať dĺžku stola stačí len raz, pretože je takmer isté, že znova by ste namerali znova tú istú dĺžku. Na druhej strane, ak budeme marať čas pádu guľičky t , tak meranie opakovať musíme – tým, že každý človek má istú reakčnú dobu na spustenie stopiek, zistíme, že medzi jednotlivými meraniami času dostávame skutočne merateľné rozdiely.

Spracovanie nameraných hodnôt

Po (opakovanom) meraní chceme vedieť čo sme zmerali a ako presne sme to zmerali. Tu pomôže jednoduchý súbor pravidiel, ktoré je naozaj dobré si zapamätať.

Priemer Ukazuje sa, že *napravdepodobnejšia* hodnota z n opakovaných meraní veličiny x je klasický aritmetický priemer. Označujeme ho buď $\bar{x}$ alebo $\langle x \rangle$ a platí to, čo všetci poznáme:

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n},$$

Chyba opakovaného merania Pri výpočte chyby máme viacero možností. Najjednoduchšiu možnosť ste sa určite učili v škole: vypočítame odchýlky jednotlivých meraní od priemernej hodnoty (v absolútnej hodnote) a tieto odchýlky spriemerujeme. Matematicky zapísané (chybu označme Δx)

$$\Delta x = \frac{|x_1 - \langle x \rangle| + |x_2 - \langle x \rangle| + \dots + |x_n - \langle x \rangle|}{n},$$

Ak budeme počítať chyby takto, je to jednoduché a rýchle a v UFe postačujúce. Táto chyba má ale jednu nevýhodu – prakticky sa s rastúcim počtom opakovaní merania nemení. My chceme ale presný opak: chceme chybu, ktorá bude pre viac meraní menšia, pretože opakovaním by sme mali dostať „presnejší“ výsledok. Chyba, ktorá má túto vlastnosť, sa nazýva *štandardná odchýlka*:

1. Pre každú nameranú veličinu vypočítame rozdiel od priemernej hodnoty a umocníme ho na druhú: $(x_i - \langle x \rangle)^2$;
2. Všetky tieto čísla sčítame $(x_1 - \langle x \rangle)^2 + \dots + (x_n - \langle x \rangle)^2$;
3. Vydelíme výrazom $n(n-1)$;

4. A nakoniec to celé odmocníme. Toto číslo je štandardná odchýlka, označujeme ju gréckym písmenom sigma:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \langle x \rangle)^2 + \dots + (x_n - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}},$$

Priemer aj štandardnú odchýlku by ste mali nájsť už ako nachystanú funkciu v každej lepšej kalkulačke, no rovnako aj v počítači, v programoch Microsoft Excel® alebo v OpenOffice Calc. Príkaz (funkcia), ktorá počíta priemer, sa volá AVERAGE, funkcia na počítanie štandardnej odchýlky je STDEV.

Počítanie s chybami Vo fyzike skoro nikdy nemeríme len jednu veličinu. Predstavme si, že meriame hustotu ρ . Najskôr zmeriame hmotnosť m s chybou σ_m a potom objem V s chybou σ_V . Priemernú hustotu zmeriame jednoducho: vydelíme priemernú hmotnosť m objemom V . Čo ale s chybou? Vydelíme? Vynásobíme? Vieme si jednoducho rozmyslieť, že takéto postupy by viedli k neprirodzene veľkým alebo malým chybám, a to zjavne nechceme. Preto sa pri počítaní s chybami riadime nasledujúcimi pravidlami:

- Chyba súčtu $c = a + b$, ale aj rozdielu $c = a - b$ je súčet chýb: $\sigma_c = \sigma_a + \sigma_b$;
- Chyba súčinu $c = ab$, ale aj podielu $c = a/b$ je súčet *relatívnych* chýb:

$$\frac{\sigma_c}{c} = \frac{\sigma_a}{a} + \frac{\sigma_b}{b};$$

- Chyba súčinu veličiny a s konštantou k : $c = ka$ je $\sigma_c = k\sigma_a$;

Často sa nám ale môže stať, že veličinu nezmeriame viackrát, alebo nevieme takto precízne vypočítať jej nepresnosť. Vtedy prichádza na scénu fyzikálny odhad a chybu sa pokúsime aspoň rozumne odhadnúť. Odhad chyby je určite správnejší ako prehlásenie, že sme merali úplne presne.

Výhody tabuľkových kalkulátorov

Kto v tejto dobe počíta chyby ručne na papieri, že? Prácu za nás s obľubou vykonávajú počítače. Na spracovanie údajov z experimentu sa najlepšie hodia tabuľkové kalkulátory, napríklad Microsoft Excel alebo OpenOffice Calc. Práca s nimi je veľmi jednoduchá. Stačí si zapamätať pravidlo, že ak nám má kalkulátor previesť v nejakej bunke (políčku) matematickú operáciu, musíme v danej bunke začať túto operáciu začať prísť až po znaku =. Takže, napríklad príkaz

$$= (A1 + B3 * 4) / B4$$

sčíta hodnotu na políčku A1 so štvornásobkom hodnoty políčka B3 a celé to vydelí hodnotou políčka B4.

Okrem jednoduchých matematických operácií majú kalkulátory zabudované aj špeciálne funkcie, ako napríklad odmocnina = SQRT (A8) alebo súčet vyznačených čísel:

$$= SUM (C2 : C8)$$

Táto funkcia sčíta všetky čísla, ktoré sú na políčkach C2 až C8. Ak sa chcete s Excelom naučiť pracovať lepšie, prečítajte si kapitolu 7 textu¹ o práci s editorom OpenOffice Calc,² ktorý nájdete na adrese: <http://www.smnd.sk/anino/moje/Office.pdf>.

Kreslenie grafov

Často posledný krok experimentovania je z nameraných a spracovaných veličín zostrojiť graf. To znova zvládajú z veľkej časti programy automaticky, no je dobré vedieť, čo všetko musí správny graf obsahovať.

V prvom rade sú to rozumne zvolené mierky na osiach, spolu s jednotkami. Napríklad, ak meriame vzdialenosť, a najvyššia nameraná hodnota bola 0,84 m, tak tieto hodnoty vynášame na os, ktorá bude mať dieliky od nuly po 0,9 m (prípadne po 1 m). K osi navyše napíšeme, v akých je jednotkách (metre) a akú veličinu popisuje (napríklad s).

Nezabúdajme, že na x -ovú os vynášame veličinu, ktorú pri meraní meníme, a na y -ovú os veličinu, ktorú následne meriame. Teda ak meriame závislosť teploty od tlaku, tak tlak budeme vynášať na os x a teplotu na os y .

Ak máme ujasnené, správne pomenované a očíslované osi, môžeme vyniesť body do grafu. Odporúčame ich potom ešte preložiť aspoň približne *hladkou* čiarou, aby sme zvýraznili, akú závislosť sme to vlastne namerali.

Excellujeme!

- (4 body) Nakreslite v tabuľkovom kalkulátore graf funkcie $y = \sqrt{x}$ od $x = 0$ po $x = 10$.
- (5 bodov) Použitím tabuľkového kalkulátoru vypočítajte nasledovný súčet:

$$1^\pi + 2^\pi + 3^\pi + \dots + 1000^\pi$$

Spracovanie experimentálnych dát

V minulej experimentálke ste mali zistiť, či závislosť pre dostrek vody

$$d = C\sqrt{h}$$

platí, alebo neplatí. Paťo to chcel vedieť tiež, a tak sa pustil do merania. Nameral tieto hodnoty:³

h / cm	d / cm			
16	16,7	17,1	16,3	16,8
14	15,8	15,9	15,2	16,1
12	14,5	13,8	13,3	14,1
10	12,4	12,6	12,8	12,5
8	11,4	10,5	11,8	10,7
6	9,5	8,7	9,6	9,9
4	7,9	8,2	8,3	8,6

¹Text slúži ako študijný materiál žiakov Školy pre mimoriadne nadané deti a gymnázium, autorovi textu Mgr. Antonovi Belanovi ďakujeme za jeho poskytnutie.

²Odporúčame ju ale aj používateľom Excelu, pretože všetky príkazy sú v podstate rovnaké.

³Hodnoty nájdete vo formáte .xls na stránke: <http://fks.sk/~andrej/serial/>

- a.) Pre každú výšku h vypočítajte priemernú vzdialenosť $\langle d \rangle$ a jej štandardnú odchýlku.
- b.) Z rovnice $d = C\sqrt{h}$ vyjadrite C a pomocou pravidiel zo seriálu napíšte vzorec, podľa ktorého vypočítame nepresnosť C .
Pomôcka: nepresnosť pre x^2 vypočítame z pravidla o súčine: pretože $x^2 = x \cdot x$, tak relatívna chyba x^2 bude dvakrát väčšia ako relatívna chyba x .
- c.) Pre každé meranie výšky vypočítajte príslušnú hodnotu C a jeho nepresnosť. Obe čísla zaokrúhlite na 2 desatinné miesta.
- d.) Nájdite také C , ktoré bude v rámci chyby vyhovovať všetkým meraniam.