

Fyzikálny korešpondenčný seminár

8. ročník, 2014/2015

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

UFOčebnica: Vzťažné sústavy

Milí riešitelia!

Aj v letných sériách vám budeme prinášať UFOčebnice, krátke učebné texty, vďaka ktorým by vaša cesta ku kariére fyzika mala byť o čosi kratšia a jednoduchšia ;-). V nasledujúcom texte bližšie sa bližšie pozrieme na vzťažné sústavy.

Čo je to vzťažná sústava?

Fyzici často potrebujú určiť polohu alebo rýchlosť nejakých telies. Na prvý pohľad naozaj jednoduché, ale nie je tomu naozaj tak. Pozorný fyzik sa musí vždy opýtať, voči čomu je poloha telies určená. Odpoveď na túto otázku nájdeme ľahko, stačí si uvedomiť, ktorému bodu v našom spôsobe priradovania polohy priradíme nulu.¹ Takýto bod nazývame *referenčným* bodom.

Polohu všetkých telies potom musíme popisovať *vzhľadom* na tento bod. Na jednoznačný popis polohy musíme okolo referenčného bodu vybudovať nejakú *sústavu súradníc*. Poznáme mnoho rôznych sústav súradníc, no my si v tomto diele (a na základnej škole) vystačíme s *karteziánskou* sústavou súradníc. Stretli ste sa s ňou pravdepodobne už aj v škole (alebo v minulej UFOčebnici). Každý bod je v nej jednoznačne popísaný dvojicou súradníc $[x, y]$, ktoré značia polohu na dvoch navzájom *kolmých* osiach.

No nedá nám nespomenúť, že existujú aj iné sústavy súradníc, ktoré častokrát „zjednodušujú život“ pre rôzne symetrické situácie – napríklad pohyb po kružnici je veľmi pohodlné opisovať v tzv. *polárnych* súradniciach. V tejto sústave je každý bod popísaný dvojicou súradníc (r, φ) , teda vzdialenosťou od počiatku a uhlom, ktorý zvierá táto vzdialenosť a nejaký, vopred dohodnutý smer.

Zjednodušené si to vieme predstaviť takto: zvolme si za referenčný bod Bratislavu. Voči nej je Trenčín vzdialený 60 km na východ a ešte 70 km na sever (karteziánske súradnice). Alebo môžeme povedať, že je vzdialený 90 km, a to severovýchodne (polárne súradnice).

Pod pojmom „vzťažná sústava“ budeme teda myslieť na nejaký, pevne zvolený referenčný bod a k nemu pripojenú súradnicovú sústavu.

Rôzne vzťažné sústavy a presun medzi nimi

Ďakujeme sponzorom a podporovateľom seminára. Ak určíme súradnice nášho obľúbeného bodu v nejakej vzťažnej sústave, každý fyzik na Zemi, a aj všetci ufóni v UFO budú presne vedieť, kde sa náš bod nachádza. Ak k súra

lame IBM $GRATEX$ $PosAm$ $USEFUL TECHNOLOGIES$ edieť

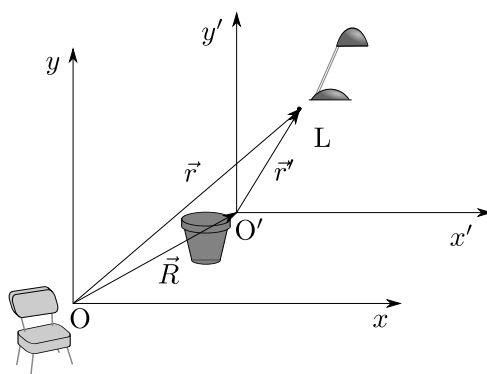
¹Fyz. áldro, uovoria o *nulovom* vektore. To v našom *referenčnom* priestore znamená nulovú výšku, dĺžku a hĺbku.



kompletne popísať pohyb nášho bodu. Takže získame priestor, v ktorom môžeme riešiť fyzikálne problémy (napríklad, ako sa zmení x -ová rýchlosť, ak bude náš bod prechádzať magnetickým poľom?). Tušíte problém? Ak nie, my áno. Na voľbe vzťažnej sústavy totiž závisí to, ako komplikovane bude náš problém vyzeráť. Našťastie, často existujú sústavy, kde aj zdanlivo komplikované javy sú popísané úplne jednoducho. Spomínaný problém spočíva v tom, že túto „správnu“ sústavu treba nájsť. A keď ju nájdeme, musíme do nej prepočítať polohy a rýchlosti z našej sústavy. Na nasledujúcich riadkoch sa dozvieme, ako na to.

Predstavme si, že do stredu izby položíme stoličku (bod O) a voči nej budeme popisovať pozície všetkých ostatných telies. Vzťažnú sústavu spojenú so stoličkou (takto sa tomu odborne hovorí) budeme volať S . Do miestnosti umiestnime aj kvetináč do bodu O' a pozície ostatných telies budeme merať aj voči nemu. Takto vytvoríme druhú vzťažnú sústavu, ktorú budeme volať K . Pozíciu lampy na stole (bod L) vieme určiť vzhľadom na stoličku aj kvetináč. Povedzme, že od stoličky k lampe sa vieme presunúť pomocou vektoru $\vec{r}$.² Takýto istý presun vieme urobiť aj v dvoch krokoch. Najprv sa posunieme pomocou $\vec{R}$ od stoličky ku kvetináču, a potom od kvetináču k lampe po $\vec{r}'$. Teda môžeme povedať, že *polohový vektor* lampy v sústave stoličky je súčet polohových vektorov kvetináča v sústave stoličky a stoličky v sústave kvetináča.³ Matematicky vieme tento poznatok napísať pomocou vektorov

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'.$$

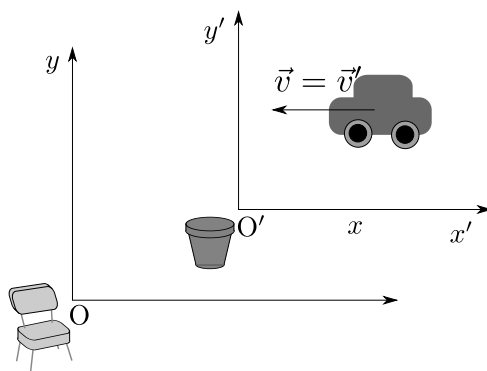


Obr. 1

Všimnime si, že ak sa pozícia O' (kvetináča) voči O (stoličke) nemení, tak je rýchlosť nejakého pohybujúceho sa autíčka rovnaká v oboch sústavách $v = v'$.

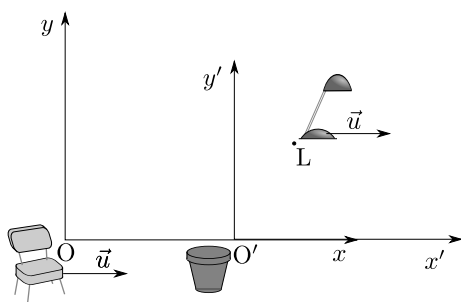
²Vektor, to je vlastne matematická šípka, ktorá vždy vyjadruje *posunutie* z jedného bodu do druhého. Rovnako ako bod, aj vektor má dve súradnice. Tie ale hovoria o tom, o koľko daný vektor posúva. Takže, ak máme bod $a = (1, 2)$, pomocou vektoru $\vec{u} = (3, 4)$ sa z bodu a posunieme do bodu $b = ((1 + 3), (2 + 4)) = (4, 6)$.

³Túto vetu si prečítajte pomaly a viackrát po sebe. Sľubujeme, že na tretíkrát vám to už bude jasné.

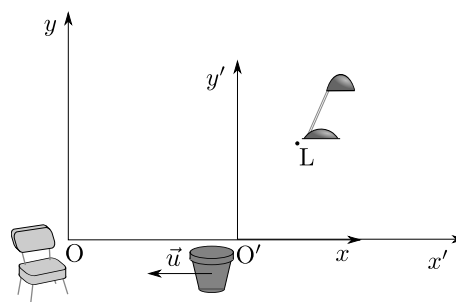


Obr. 2

Čo ak sa bude kvetináč pohybovať konštantnou rýchlosťou u po priamke rovnobežne s osou súradnicovej sústavy S smerom k stoličke? Predpokladajme, že všetky ostatné predmety v sústave stoličky stoja. Však, prečo by sa aj hýbali. Z pohľadu kvetináča alebo skôr trpaslíka, ktorý stojí na kvetináči, sa ale všetky predmety v miestnosti hýbu. Premyslite si akou rýchlosťou. My vám iba prezradíme, že stolička sa pohybuje rýchlosťou u smerom ku kvetináču a z pohľadu trpaslíka kvetináč samotný stojí.



Obr. 3: Situácia z pohľadu sústavy kvetináča

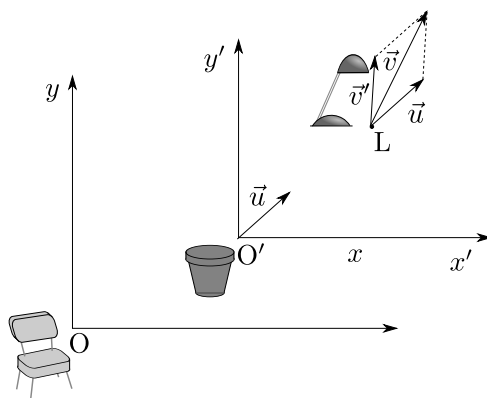


Obr. 4: Situácia z pohľadu sústavy stoličky

Opäť uvažme autíčko, ktoré sa pohybuje rýchlosťou v v sústave stoličky. V sústave pohybujúceho sa kvetináča by malo toto autíčko rýchlosť v' , ktorá by bola rovná súčtu (rozdielu) rýchlosti v a rýchlosti u , ktorou sa stolička približuje (odďaľuje) ku kvetináču. Univerzálne vieme tento poznatok zapísať vektorovo

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}'.$$

Pomocou tejto rovnice vieme zovšeobecniť prechody medzi vzťažnými sústavami, ktoré sa voči sebe nepohybujú po priamke. Kludne môžeme zobrať úplne ľubovoľný vektor rýchlosti $\vec{u}$. Pripomíname, že narábanie s polohovými vektormi, prípadne vektormi rýchlosti, je úplne rovnaké ako s hocíjakými inými vektormi (teda napríklad vektormi síl, ktoré poznáte z minulých dielov UFOčebnice).



Obr. 5

Sily v rôznych vzťažných sústavách

Sústavy, ktoré jedna voči druhej stojí alebo sa pohybuje konštatnou rýchlosťou po priamke nazývame odborne *inerciálne* vzťažné sústavy. Existujú aj iné vzťažné sústavy, ktoré nie sú *inerciálne*. Príkladom sú sústavy, kde sa jedna voči druhej pohybuje zrýchlene alebo sa voči sebe otáčajú.

Vo všetkých inerciálnych sústavách pôsobia rovnaké sily a „fyzika“ sa v nich nemení. To znamená, že všetky sú rovnako „dobré“. Ak by sme sa nachádzali v nejakej neinerciálnej vzťažnej sústave, tak by sme to už rozlíšiť vedeli, pretože v neinerciálnych sústavách vznikajú takzvané *zotrvačné sily*. Príkladom je pohyb na kolotoči, kedy jasne cítime, občas hlavne náš žalúdok, silu, ktorá sa nás snaží s kolotoča vyhodit'. Bližšie sa s neinerciálnymi sústavami zoznámite na strednej škole.

Ak by ste sa chceli pochváliť v škole, hore uvedeným vzťahom pre prechody medzi inerciálnymi vzťažnými sústavami hovoríme odborne *Galileove transformácie* (áno, vymyslel ich ten Galilei).

Príklad na záver

Zadanie Na tenisovú raketu nalieta loptička rýchlosťou v , tenisová raketa má rýchlosť u . Aká bude rýchlosť loptičky po odraze od rakety? Predpokladajme, že pri odraze loptičky od stojacej rakety sa veľkosť rýchlosti loptičky nezmení (zmení sa len jej smer).

Riešenie Nebudeme vás dlho napínať a rovno prezradíme odpoveď. Rýchlosť po odraze bude $v + 2u$. Prečo?

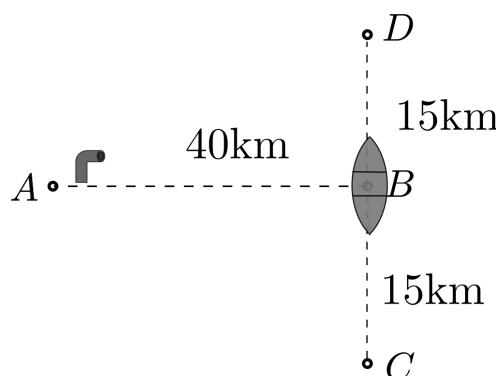
Pozrime sa na celú situáciu v sústave spojennej s raketou. V tejto sústave sa raketa nepohybuje, preto bude podľa zadania platiť, že veľkosť rýchlosti loptičky (v tejto sústave) sa po odraze nezmení. Rýchlosť loptičky voči rakete je $v + u$, takže rovnakú rýchlosť bude mať aj po odraze. No nesmieme zabúdať, že zo sústavy spojennej s raketou sa musíme vrátiť do sústavy spojennej so zemou. V nej sa raketa pohybuje rýchlosťou u . Takže, ak sa odrazená loptička vzdaluje od rakety rýchlosťou $v + u$, voči zemi sa bude pohybovať rýchlosťou $(v + u) + u = v + 2u$.

Príklad

Zdá sa vám obrázok povedomý? Skúsený pirát Žaba sa znovu plaví po mori. Od vtedy, čo sa mu dlho nedarilo olúpiť mladú moreplavkyňu Čajku, sa už trochu poučil a vymenil svoju pirátsku loď za pirátsku ponorku. Čajka ju nemá šancu zbadat', a tak sa bude plaviť rovno, akoby sa nechumelilo. Pre Čajku už zosnoval ukrutný plán pomsty. Ak nebude mať jej poklad on, tak ho nebude mať ani ona a jej loď potopí torpédom vystreleným z útrob jeho ponorky.

Čajka sa teraz nachádza pri majáku v bode B , jej loď má rýchlosť 10 m/s a pláva smerom do mesta D . Žabova ponorka sa nachádza v bode A , má rýchlosť 8 m/s a pláva priamo smerom k majáku v bode B . Keďže Žaba nebol nikdy žiadny veľký fyzik, má problém určiť, ako má to torpédo vlastne vystreliť. Pomôžte mu s nasledujúcimi úlohami.

- Zistite a zakreslite všetky smery (vo vhodnej vzťažnej sústave), ktorými môže vystreliť torpédo nejakou vhodnou rýchlosťou tak, aby trafilo Čajkinu loď.
- Akú najmenšiu rýchlosť môže mať torpédo (vzhľadom na loď) a stále pritom zasiahnuť loď? Na vystrelenie torpéda veľkou rýchlosťou totiž treba peniaze na lepšie delo, a Žaba chce čo najviac ušetriť.



Obr. 6: Situácia na mori, uhly $\angle ABC$ a $\angle ABD$ sú pravé

Riešenie