

Zadania 3. kola letnej časti

Termín odoslania 05. 10. 2020

3.1 Voľný pád

Táto séria sa bude zaoberať niektorými pohybmi v homogénnom gravitačnom poli. Všetky úlohy budú naviazané na simuláciu, ktorú nájdete na <https://p.sammserver.com/ufodelo/>. Zadanie Vás bude vždy navádzať, čo presne máte robiť. Pred samotnou prácou so simuláciou sa pri každej úlohe najskôr zamyslite a spíšte svoje myšlienkové úvahy. Až potom pristúpte k simulácii. K riešeniu vždy pripíšte, s akými vstupnými parametrami ste simuláciu spúšťali, aby sme vaše výsledky vedeli okontrolovať.

Voľný pád je pád voľne pusteného telesa v homogénnom gravitačnom poli, ktoré bolo na začiatku v pokoji a počas pádu naň nepôsobia žiadne iné sily okrem gravitačnej. Zamyslite sa, ako sa v čase mení rýchlosť voľne padajúceho telesa. S akým zrýchlením sa pohybuje voľne padajúce teleso na Zemi? Čím je toto zrýchlenie dané?

Krtko sa rozhodol, že voľný pád preskúma. Zobral si svoju obľúbenú loptičku a začal ju spúšťať na zem postupne z rôznych výšok, pričom meral, ako dlho jej trvá, kým dopadne. Získané dáta potom zapísal do grafu. Skúste načrtnúť, ako vyzeral Krtkov graf. Tu by sa od Vás normálne očakávalo, aby ste experiment vykonali. No ale vy máte predsa simuláciu! Odsimulujte teda Krtkov experiment a získané dáta zakreslite do grafu. Simuláciu vykonávajte pre rozumné hodnoty parametrov a nezabudnite ich uviesť v riešení. Odpor vzduchu samozrejme zanedbajte – inak by to predsa nebol voľný pád.

Krtkovi však toto nestačilo. Požičal si od Mareka jeho diabolský teleport, s ktorým vykradol banku v Kodani <https://ufo.fks.sk/ulohy/zadania/1803/>, a premiestnil sa aj s loptičkou priamo na pól neznámej planéty. No dobre, nie až tak neznámej. Vedel o nej, že má 1,2-násobný polomer v porovnaní so Zemou a 1,8-krát väčšiu hmotnosť. Tam pokračoval v experimentovaní. Zobral loptičku a nechal ju padať presne z rovnakej výšky ako pred tým na Zemi. Kde padala dlhšie?

Prv než začnete s experimentovaním, poriadne sa zamyslite. Ak ste tento krok preskočili, zrejme ste sa hneď zasekli, pretože nepoznáte gravitačné zrýchlenie na planéte. Ale je tomu naozaj tak? Medzi dvomi bodovými alebo sféricky symetrickými telesami pôsobí príťažlivá gravitačná sila daná Newtonovým gravitačným zákonom. Napíšte ho. Akou veľkou silou priťahuje nie až tak neznáma planéta Krtkovu loptičku? Spomeňte si, ako súvisí veľkosť gravitačnej sily v homogénnom gravitačnom poli s gravitačným zrýchlením. Teraz by už pre Vás nemal byť problém zistiť gravitačné zrýchlenie a odsimulovať Krtkov experiment.

Kde padala Krtkova loptička dlhšie? A koľkokrát? Ozaj, a prečo vlastne Krtko vykonával experiment na póle?

3.2 Odporový voľný pád

Na teleso pohybujúce sa v odporovom prostredí pôsobí odporová sila prostredia. Jej veľkosť je daná Newtonovým odporovým vzťahom¹ $F = \frac{1}{2}CS\rho v^2$, kde C je koeficient zohľadňujúci tvar telesa, S je čelný prierez, čiže veľkosť

¹Newtonov odporový vzťahpoužívame pri turbulentnom prúdení, t. j. vtedy, keď za telesom vznikajú víry. Ak víry nevznikajú, vtedy hovoríme o laminárnom prúdení a používame tzv. Stokesov vzťah.

plochy, ktorú vidíme, keď sa na teleso pozeráme spredu, ρ je hustota prostredia a v je rýchlosť, ktorou sa teleso hýbe. Odporová sila vždy pôsobí proti smeru pohybu.

Kvalitatívne popíšte, ako vyzerá pád v odporovom prostredí. Ako sa mení rýchlosť padajúcej loptičky v odporovom prostredí s časom?

Krtko si zohnal veľmi vysokú vákuovú komoru, aby odhalil vplyv odporu vzduchu na pád loptičky. Postupne spúšťal loptičku z čoraz väčšej výšky – jednak v bežnej atmosfére, a potom aj vo vákuovej komore – a meral doby pádov. Výsledky oboch experimentov zaznačil do grafu. Pokúste sa nakresliť, ako vyzeral Krtkov graf. Zamyslite sa a odhadnite, akou rýchlosťou dopadala na zem Krtkova loptička padajúca v atmosfére za predpokladu, že ju hádzal z dostatočne veľkej výšky. Následne si svoje odhady overte simulovaným experimentom. Nezabúdajte uvádzať hodnoty všetkých parametrov, ktoré ste použili v simulácii.

Potom Krtko našiel poklad – truhlicu s loptičkami identickej veľkosti. Každá však bola z iného materiálu, a teda mali odlišné hmotnosti. To Krtko nemohol nevyužiť a začal ich postupne spúšťať z tej istej výšky na zem, pričom meral dobu pádu. Namerané dáta zakresľoval do grafu závislosti doby pádu od hmotnosti loptičky.

Najskôr sa zamyslite, ako Krtkov graf vyzeral. Prečo by mal vyzeráť práve tak? Potom odsimulujte experiment a overte si svoju hypotézu.

3.3 Vrh

Myslíte si, že Krtko s experimentovaním skončil? Kdeže! Tentokrát si zobral na paškál vrhy.

Doteraz sme sa zaoberali so situáciami, kedy boli telesá na začiatku v pokoji. Ak však udelíme telesu nejakú nenulovú počiatočnú rýchlosť, vtedy hovoríme o vrhoch. Podľa smeru počiatočnej rýchlosti rozlišujeme zvislé vrhy nahor a nadol, vodorovný vrh a šikmý vrh. Šikmý vrh je zo všetkých najvšeobecnejší a ostatné sa dajú považovať za jeho špeciálne prípady.

Pod elevačným uhlom sa rozumie uhol medzi smerom vektora počiatočnej rýchlosti a vodorovným smerom. Aké sú elevačné uhly zvislých vrhov nahor, nadol a vodorovného vrhu?

Ako prvé chcel Krtko zistiť, pod akým uhlom má vrhať svoju loptičku, aby dovrhol čo najďalej. Predpokladajte, že Krtko vrhal z nulovej výšky. Odsimulujte tento experiment a nájdite optimálny elevačný uhol. Odpor prostredia, rovnako ako pri voľnom páde, neuvažujte.

Potom si Krtko uvedomil zásadný problém. Je síce nízky, no nie natoľko, aby dokázal pohodlne vrhať z nulovej výšky. Zamyslel sa, či táto skutočnosť nemôže nejakou ovplyvniť nájdený optimálny uhol. Čo si myslíte vy? Dosaahuje sa maximálny dostrel pri vrhu z nenulovej výšky pri rovnakom alebo inom uhle? Ak pri inom, tak pri väčšom či menšom? Pokúste sa to zdôvodniť. Potom odsimulujte experiment a zostrojte graf závislosti optimálneho uhla od výšky, z ktorej vrháme.

3.4 Odporový vrh

Už asi tušíte, čo bude nasledovať. Správne – opäť zapneme odpor prostredia!

Na úvod sa zamyslite, ako bude vyzeráť trajektória loptičky pri pohybe v odporovom prostredí. Pokúste sa ju načrtnúť a pre porovnanie načrtnite do toho istého obrázka i trajektóriu, po ktorej by sa pohybovala, keby bol odpor prostredia vypnutý. Táto odporom zdeformovaná trajektória sa nazýva balistická krivka.

Krtko by rád vedel, či sa nejako líši optimálny uhol pre maximálny dostrel v prípade s odporom prostredia od optimálneho uhla pre šikmý vrh. Pokúste sa nad tým zamyslieť. Potom odsimulujte experiment a do jedného grafu zaznačte závislosť dostrelu od elevačného uhla pre prípad bez odporu is odporom prostredia. Všetky ostatné parametre ponechajte rovnaké. Predpokladajte nulovú počiatočnú výšku.

Potom sa Krtko zamyslel, či sa nejako zmení optimálny uhol, ak sa zmení odporová sila, resp. gravitačná sila pôsobiaca na loptičku. Čo si myslíte Vy? Najskôr zväčšite odporovú silu a nájdite optimálny uhol. Aké parametre ste mohli zmeniť, aby ste zmenili odporovú silu, no nijako tým neovplyvnili gravitačnú? Potom vráťte späť odporovú silu na pôvodnú hodnotu a zväčšite gravitačnú silu. Aké parametre ste mohli zmeniť tentokrát? Nájdite optimálny uhol aj pre tento prípad. Čo ste zistili?

3.5 Balistika

Ak sledujete kriminálne seriály, s pojmom balistika ste sa už zrejme stretli. Vo fyzike balistika predstavuje časť mechaniky, ktorá sa zaoberá pohybom striel.

V predchádzajúcich štyroch úlohách sme sa toho naučili už dosť. Teraz je na čase to zúročiť.

Krtka iritujú otravné holuby, ktoré sedávajú na drôte pred jeho domom, a on sa potom tade bojí prejsť, aby si ho neoznačkovali. Rozhodol sa teda vziať situáciu do vlastných rúk. Presnejšie povedané, do vlastných rúk vzal gumipušku a rozhodol sa holuby plašiť.

Holuby sedávajú vo vzdialenosti 25 m vo výške 10 m nad ním. Bežná veľkosť sediaceho holuba je 16 cm. Spúšťajte si simuláciu a pokúste sa holuba zasiahnúť. Nájdite takú počiatočnú rýchlosť a elevačný uhol, aby sa Vám to podarilo. Nestrieľajte len tak na slepo, ale skúste najskôr aspoň hrubo odhadnúť, pod akým uhlom a akou rýchlosťou treba strieľať.

Krtko je však ohľaduplný a nechce holubom ublížiť. A navyše nechce zbytočne plytvať svojou energiou. Rozhodol sa preto, že bude strieľať tak, aby zasiahol holuba čo najmenšou rýchlosťou. Pokúste sa čo najlepšie optimalizovať elevačný uhol, aby Krtko strieľal, resp. aby trafil holuba čo najmenšou rýchlosťou. Aký elevačný uhol a počiatočnú rýchlosť Krtkovi odporúčate?