



## Riešenia 1. kola letnej časti

### 1.1 JupiTerka

vzorák **Sára a Terka**, opravovala **Terka**

Akou rýchlosťou sa Terka pohybuje, keď stojí na rovníku Zeme? Vieme, že rýchlosť je dráha, ktorú prejdeme za nejaký čas (označíme túto znalosť  $v = \frac{s}{t}$ ). Terka za jeden deň (86 400 s) opíše vzhľadom na stred Zeme kružnicu. Jeden deň trvá Zemi jedno otočenie okolo svojej osi. Dĺžku tejto kružnice vieme vypočítať, keďže poznáme polomer Zeme (6378 km = 6 378 000 m), a teda použijeme vzorec na výpočet obvodu kružnice  $s = 2 \cdot \pi \cdot r$ . Takže Terka by sa na rovníku Zeme pohybovala rýchlosťou

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6\,378\,000 \text{ m}}{86\,400 \text{ ms}^{-1}} \doteq 464 \text{ ms}^{-1}.$$

Na internete si nájdeme, že doba jedného otočenia Jupitera okolo svojej osi je 9 hodín a 55,5 minút, čiže  $T = 35\,730 \text{ s}$ , a jeho polomer je  $R = 71\,492 \text{ km} = 71\,492\,000 \text{ m}$ . Použitím rovnakého postupu ako pri Zemi môžeme rýchlosť vypočítať ako

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 71\,492\,000 \text{ m}}{35\,730 \text{ s}} \doteq 12\,572 \text{ ms}^{-1} \doteq 13 \text{ kms}^{-1}.$$

Keby JupiTerka stála na rovníku Jupitera, pohybovala by sa rýchlosťou  $v = 12\,572 \text{ ms}^{-1}$  vzhľadom na jeho stred.

### 1.2 Kulinár

Aj vy máte 9 bodov za túto úlohu? Nie ste sami, čo ich máte. Stala sa nám taká nepríjemnosť a trochu sme vás oklamali (a aj samých seba), a tak sme sa snažili túto situáciu čo najférovejšie vyriešiť. V zadaní sme uvádzali jav, ktorý nenastane – polievka nebude vriieť čím ďalej, tým viac. Prídete na to, prečo je to tak?

Aby sme vás motivovali, táto úloha sa opravená ešte objaví v nejakej sérii v budúcnosti.

### 1.3 Športovec

vzorák **Kika a Marek**, opravovali **Bubu a Kika**

Vitálna kapacita pľúc je maximálny objem vzduchu, ktorý môže byť vydýchnutý po maximálnom nádychu. Meranie objemu vzduchu potrebujeme previesť na meranie objemu iného telesa, keďže meranie objemu vzduchu vo vzduchu nemá veľmi zmysel. Takže potrebujeme zachytiť vydychovaný vzduch a oddeliť ho od okolitého nevydýchnutého vzduchu. Napríklad môžeme použiť balón, alebo inú nádobu. Teraz už len stačí zmerať objem balóna.

Na to existuje pomerne jednoduché riešenie. Ak do nádoby po okraj naplnenej kvapalinou ponoríme teleso, objem vytlačený z nádoby sa bude rovnať objemu telesa.

Tak to podme teda vyskúšať! Použijeme na to balónik, dve nádoby – prvú nádobu takú veľkú, aby sa tam zmestil nafúkaný balónik, a druhú ešte väčšiu, aby sa do nej prvá nádoba zmestila<sup>1</sup>, odmerný valec (nádobu so stupnicou) a poprípade gumičku alebo šnúрку, ktorou balónik zaviažeme. Ako kvapalinu použijeme vodu.

<sup>1</sup>Ja som použila hrniec a veľký lavór na bielizeň.

Obrázok 1: *Experimentálna aparatúra, čiže naše nádoby*

Do prvej nádoby (hrnca) nalejeme po okraj vodu a umiestnime ho do druhej nádoby. Pred tým, ako začneme fúkať do balónika, je dobré ho párkrát nafúknuť a vyfúknuť, aby sme zmenšili jeho tuhosť, aby sa nám lepšie fúkalo. Potom sa už môžeme z plných pľúc nadýchnuť a vyfúknuť do balónika. Balónik zaviažeme, aby nám z neho náš vzduch neunikol. Nafúkaný balónik položíme na hladinu vody.

Obrázok 2: *Balónik na hladine*

Postupne ho začneme zatláčať do vody až kým nie je celý ponorený:



Obrázok 3: Ponárame balónik

Napokon vodu, ktorá bola vytlačená z hrnca do lavóríka prelejeme do odmerného valca a odmeriame jej objem. Výsledná hodnota zodpovedá vitálnej kapacite našich pľúc. Ideálne je meranie opakovať aspoň trikrát a spraviť aritmetický priemer.

Tabuľka 1: namerané hodnoty objemu balónika

Meranie	Objem / ml	Odchýlka / ml
1	2851	-52,33
2	2742	56,67
3	2803	-4,33
priemer	2799	37,78

Ešte si dopočítame aj odchýlku merania, a to tak, že od priemernej hodnoty odčítame našu nameranú hodnotu. Potom z týchto hodnôt vypočítame priemernú odchýlku. Do priemeru však berieme absolútne hodnoty, nakoľko keby sme priemerovali aj so zápornými číslami, dostali by sme nulovú odchýlku.

$$O = \frac{|V_p - V_1| + |V_p - V_2| + |V_p - V_3|}{3} = 0,038 \text{ l.}$$

Takže moja vitálna kapacita pľúc je

$$V_a = 2,799 \pm 0,038 \text{ l.}$$

Podme si ešte porovnať náš výsledok s hodnotami z tabuľky. Maximálnym výdychom možno po maximálnom nádychu z pľúc vydýchnuť približne 4 l vzduchu. Toto množstvo je však veľmi individuálne. Závisí od rôznych aspektov, napríklad od pohlavia<sup>2</sup>, od telesnej výšky a hmotnosti, od tvaru hrudníka, od zamestnania a kondície. Samozrejme, vrcholový plavec bude mať inú kapacitu pľúc ako riaditeľ firmy. Takisto bude mať inú kapacitu dieťa a dospelý človek. Ďalším aspektom sú aj podmienky pri meraní. Výsledok ovplyvní aj to, či sme to

<sup>2</sup>ženy majú o 20–25 % menšiu vitálnu kapacitu pľúc ako muži – približne 3,5 l oproti 5 l

merali bezprostredne za sebou alebo sme si medzi meraniami chvíľku vydýchli. Takisto či ste stresovali deň pred odovzdaním alebo ste si na pokus nechali čas.

Okrem toho tu máme aj vplyvy samotného balónika. Balónik pôsobí nejakou silou na vzduch vo svojom vnútri, takže jeho hustota sa zväčší a objem zmenší. Aj teploty vody a vydýchnutého vzduchu sú rôzne, takže pri ich vyrovnávaní dochádza k ďalším nepresnostiam. Toto však už počítať nebudeme. Je teda možné, že nám vyšli inakšie výsledky, ako sú tabuľkové hodnoty.

## 1.4 Jazero

Keďže jazero má pevne stanovený tvar (aspoň tie čo som vídaval ja ho mávali), výška je určená objemom vecí, ktoré sú v ňom (pričom platí, že čím viac tam toho je, tým je hladina vyššia). Zadanie nám prezrádza existenciu troch vecí, vody v jazere, člnu na jazere, a kameňa (najprv v člne, potom vo vode). Objem vody sa padnutím kameňa nezmení, takže si ho jednoducho označme  $V_{\text{voda}}$ . Nápodobne spracujeme kameň s objemom  $V_{\text{kameň}}$ . Čo sa nám už ale spadnutím kameňa do vody zmení, je objem ponorenej časti člnu. Pred spadnutím je časť taká, aby udržala čln aj s kameňom, teda  $V_1 \rho_{\text{voda}} g = m_{\text{kameň}} g + m_{\text{čln}} g$ .

Spadnutím kameňa do vody zbaví člnok bremena, a tak bude platiť  $V_2 \rho_{\text{voda}} g = m_{\text{čln}} g$ . Súhrnný objem všetkého pod hladinou pred pádom je teda:

$$V_A = V_{\text{voda}} + V_1 = V_{\text{voda}} + \frac{m_{\text{kameň}}}{\rho_{\text{voda}}} + \frac{m_{\text{čln}}}{\rho_{\text{voda}}},$$

a po páde

$$V_B = V_{\text{voda}} + V_{\text{kameň}} + V_2 = V_{\text{voda}} + V_{\text{kameň}} + \frac{m_{\text{čln}}}{\rho_{\text{voda}}}.$$

Vidíme, že:

$$V_A - V_B = \frac{m_{\text{kameň}}}{\rho_{\text{voda}}} - V_{\text{kameň}} = \frac{m_{\text{kameň}}}{\rho_{\text{voda}}} - \frac{m_{\text{kameň}}}{\rho_{\text{kameň}}} = m_{\text{kameň}} \left( \frac{1}{\rho_{\text{voda}}} - \frac{1}{\rho_{\text{kameň}}} \right) = \frac{m_{\text{kameň}}}{\rho_{\text{voda}} \rho_{\text{kameň}}} (\rho_{\text{kameň}} - \rho_{\text{voda}})$$

Keďže kameň má väčšiu hustotu než voda,  $V_A - V_B$  bude kladné, a teda voda v jazere klesne.

## 1.5 Podvodné okuliare

Výjdime zo známeho tvrdenia Lens Maker Formula alebo aj Equation, ktorý s pochopiteľných dôvodov odvážať nebudeme

$$\frac{1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_1 - n_2)d}{n_1 R_1 R_2} \right),$$

kde  $f$  je ohnisková vzdialenosť šošovky,  $n_1$  je index lomu šošovky (približne  $n_1 = 1,62$ ) a  $n_2$  je index lomu prostredia,  $R_1$  a  $R_2$  sú polomery krivosti a  $d$  je hrúbka šošovky. Vidíme, že ak zväčšíme  $n_2$  o 0,333 (presunuli sme sa zo vzduchu do vody), stále platí  $n_1 > n_2$ , teda spojka sa bude správať ako spojka a rozptylka ako rozptylka. Ďalej vidíme, že  $f$  sa muselo zväčšiť. Ak máme mať nové okuliare, ktoré majú rovnakú ohniskovú vzdialenosť ako tie pôvodné, potrebujeme zmeniť jeden alebo aj viacero naraz z členov  $R_1$ ,  $R_2$  alebo  $d$ . Ak sa má zmeniť iba  $d$ , vidíme, že ju musíme zväčšiť. Teda nech  $\frac{1}{f}$  je konštantné. Potom môžeme položiť rovnosť

$$\frac{n_1 - n_2}{n_2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_1 - n_2)d}{n_1 R_1 R_2} \right) = \frac{n_1 - n_3}{n_3} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_1 - n_3)e}{n_1 R_1 R_2} \right),$$

kde  $n_2$  je index lomu vzduchu,  $n_3$  je index lomu vody a  $e$  je hrúbka šošovky vo vode. Dosadíme hodnoty, nech sa nám to zjednoduší.

$$0,62 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{0,62 d}{1,62 R_1 R_2} \right) = \frac{0,29}{1,33} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{0,29 e}{1,62 R_1 R_2} \right),$$

Odtiaľ vyjadríme  $e$ :

$$10,3 (R_2 - R_1) + 6,08 d = e.$$

Takže hrúbka skla sa musí zväčšiť aspoň 6,08-násobne, plus môže pribudnúť nejaká konštanta.