



Riešenia 3. kola letnej časti

3.1 Verejná bezpečnosť

vzorák **Marcel P.**, opravoval **Marcel P.**

Najprv si povedzme, na čo vlastne pásy slúžia. Pri havárii by sa človek naďalej pohyboval rovnakou rýchlosťou, ako pred nárazom, čo by ale znamenalo, že narazí do niektorej inej časti vozidla a ublíži si. Preto je dôležité, aby spomalil s vozidlom na mieste, kde si neublíži. Pás ale neochráni človeka v takých situáciách, keď napríklad narazí bokom do stromu.

Snažíme sa teda o to, aby na ľudí pôsobilo čo najmenšie záporné zrýchlenie (spomalenie). Zo vzorca

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

vidíme dva spôsoby, ako znížiť spomalenie. Buď znížiť rozdiel rýchlostí (teda rýchlosť, ktorou sa jazdí, čo je však neefektívne), alebo predĺžiť čas, ktorý auto spomaľuje. Predĺženie času je jedna z dôležitých vecí, ktoré robia konštruktéri áut. Vytvárajú takzvané deformačné zóny, teda miesta, ktoré sa pri náraze pokrivia. Tým, ako sa deformujú, získavajú čas a ukladajú kinetickú energiu vozidla do deformácie kovu. Napríklad v diaľkovom autobuse cestujúci sedia vysoko, pod nimi je batožina, a keď do autobusu narazí auto, narazí pod nich a nie do nich, a teda sú v relatívnom bezpečí. Pri vlaku je pred vozňami spredu ešte lokomotíva, ktorá sa pri náraze deformuje, a teda cestujúci do prekážky nenarazia priamo, ale náraz a teda spomaľovanie vlaku (autobusu) prebieha o niečo pomalšie.

Veľká hmotnosť vozidla môže ovplyvniť jeho brzdné schopnosti. Predstavme si, že pred nárazom ide autobus (vlak) nejakou rýchlosťou. Auto má takmer zanedbateľne malú hmotnosť oproti vlaku (vo veľa prípadoch, kde vlak narazil do auta, vlak vliekol auto niekoľko stoviek metrov aj napriek núdzovému brzdeniu), a teda vlak (ak sa nevykoľají) pokračuje ďalej takmer nezmenenou rýchlosťou. Hmotnosť auta určite nie je väčšia ako 3 t, hmotnosť samotnej lokomotívy je takmer 100 t a jedného prázdneho vozňa je okolo 50 t. Ak si to dosadíme do zákona zachovania hybnosti tak, že vlak narazí do stojaceho auta a ďalej pokračujú spolu:

$$m_{\text{vlak}} \cdot v_{\text{vlak}} = (m_{\text{vlak}} + m_{\text{auto}}) \cdot v.$$

Napríklad ak máme rozbehnutý vlak s 10 vozňami, ktorý ide rýchlosťou 100 km/h a auto, ktoré stojí na trati a váži 3 t:

$$m_{\text{vlak}} = n \cdot m_{\text{vozeň}} + m_{\text{lokomotíva}},$$

$$(n \cdot m_{\text{vozeň}} + m_{\text{lokomotíva}}) \cdot v_{\text{vlak}} = (n \cdot m_{\text{vozeň}} + m_{\text{lokomotíva}} + m_{\text{auto}}) \cdot v,$$

$$v = \frac{n \cdot m_{\text{vozeň}} + m_{\text{lokomotíva}} \cdot v_{\text{vlak}}}{n \cdot m_{\text{vozeň}} + m_{\text{lokomotíva}} + m_{\text{auto}}},$$

$$v = \frac{(10 \cdot 50\,000 \text{ kg} + 100\,000 \text{ kg}) \cdot 100 \text{ km/h}}{10 \cdot 50\,000 \text{ kg} + 100\,000 \text{ kg} + 3000 \text{ kg}},$$

$$v \doteq 99,502 \text{ km/h}.$$

Vlak nám teda po náraze do auta spomalí o približne 0,5 km/h, čo je takmer zanedbateľné a ľudí vo vlaku to ani nemykne.

Podobná situácia je aj pri autobuse, aj keď autobus váži menej, a teda je rozdiel rýchlostí väčší. Preto sa aj v zahraničí alebo v diaľkových autobusoch občas bezpečnostné pásy predsa len montujú.

Rýchlosť jazdy – autobusy MHD väčšinou nejazdia viac ako 50 km/h a túto rýchlosť prekračujú iba na niektorých úsekoch, lebo v mestách sú zápchy, semaforey, križovatky... Vlaky majú dovolenú rýchlosť 120–160 km/h, čo nie je oveľa viac ako autá na diaľnici. Pozrime sa ale aj na nefyzikálne dôvody:

Pravdepodobnosť nárazu – vlak na trati nemá veľmi do čoho naraziť, maximálne do protiidúceho vlaku, čomu je v súčasnej dobe veľmi spoľahlivo zabránené: semaforey¹, automatické systémy, ktoré pred tým varujú, vlaky o sebe vedia a veľa iných vecí... autobus má skôr do čoho naraziť, lebo jazdí rovnako ako auto po ceste, ale tiež je dostatočne veľký, aby ho človek zbadal, a neprehliadol ho, ako veľakrát auto.

Keď príde k otázke bezpečnosti, cena by mala byť druhoradá. Ale ako sme už spomenuli, pásy až tak dôležité vo vlaku a autobuse nie sú a preto ich tam ani nenamontujú. Taký trojbodový certifikovaný bezpečnostný pás, pevne ukotvený o konštrukciu auta, s navíjaním, predpínaním pred nárazom, ako je v súčasnosti v autách, nie je vôbec lacná záležitosť, a namontovať 40 ks do autobusu nie je lacné.

3.2 Slaninky

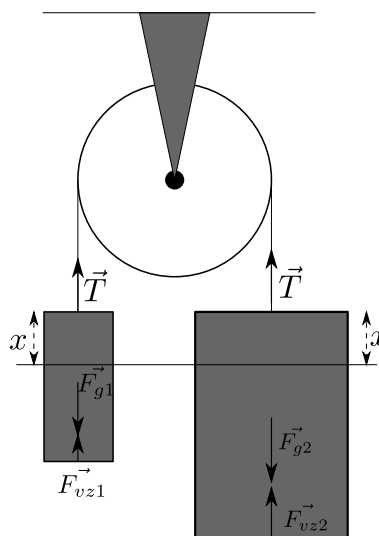
vzorák Dušan, opravovala Kika

Zadanie úlohy nám hovorí, že máme zistiť ako vysoko má byť os kladky nad hladinou, aby zo slaniniek trčali rovnako dlhé časti. To je však úplne rovnaká otázka, ako keby sa zadania pýtalo na to, aká dlhá časť bude trčať nad hladinou, pretože vzdialenosť od konca slaniniek po výšku osi kladky je presne polovica dĺžky lana skráteneho o časť, ktorá sa dotýka kladky. To znamená, že os kladky musí byť vo výške

$$L = \frac{l - \pi r}{2} + x,$$

kde x je dĺžka slaniniek vytrčajúca nad hladinu, ktorú musíme zistiť.

To však zistíme jednoducho, keďže vieme, že systém slaniniek a kladky sa nehýbe. A teda výslednice síl pôsobiach na jednotlivé slaninky sú nulové.



Obrázok 1: Sily pôsobiace na slaninky

¹Kubova prednáška na jarnom sútredu

Na každú zo slaniniek pôsobí gravitačná sila, vztlaková sila, ktorá závisí iba od objemu ponorenej časti, a ťahová sila od lana, ktorá je rovnaká na oboch koncoch lana. Matematicky túto rovnosť môžeme zapísať ako

$$F_g i = F_v z_i + T,$$

pričom index i označuje ku ktorej slaninke sila prislúcha. Teraz, keď si tieto rovnice rozpíšeme pre obe slaninky dostaneme

$$S_1 h_1 \rho_1 g = S_1 (h_1 - x) \rho g + T,$$

$$S_2 h_2 \rho_2 g = S_2 (h_2 - x) \rho g + T.$$

Stačí, že teraz vylúčime z rovníc T a pre trčiacu dĺžku slaniniek nad hladinou dostaneme

$$x = \frac{S_1 h_1 (\rho_1 - \rho) - S_2 h_2 (\rho_2 - \rho)}{(S_2 - S_1) \rho},$$

a z toho nevyplýva nič iné ako to, že os kladky musí byť vo výške

$$L = \frac{l - \pi r}{2} + \frac{S_1 h_1 (\rho_1 - \rho) - S_2 h_2 (\rho_2 - \rho)}{(S_2 - S_1) \rho}.$$

Zostáva nám sa zamyslieť, kedy tento výsledok vlastne platí. My sme to počítali s predpokladom, že obe slaninky sú sčasti ponorené, čiže keď $0 \leq x \leq \min \{h_1, h_2\}$. Čo by však znamenalo, že $0 > x$? Obe slaninky, by boli plne ponorené, čiže by prakticky vytŕčali nulovou dĺžkou. No na to, aby boli v rovnováhe museli by sa vykompenzovať všetky pôsobiace sily, čo by v tomto prípade viedlo k rovnici nezávislej od x , pretože či by sme ich ponorili do milimetrovej alebo metrovej hĺbky by pôsobiace sily nezmenilo.

$$S_1 h_1 (\rho_1 - \rho) g = S_2 h_2 (\rho_2 - \rho) g$$

Os kladky by sme teda mohli umiestniť do ľubovoľnej výšky tak, aby zostali slaninky úplne ponorené.

Opačný extrém by naopak bol, keby aspoň jedna slaninka trčala úplne von, čiže $x > \min \{h_1, h_2\}$. To by však znamenalo, že jedna slaninka trčí celá a z druhej (tej dlhšej) trčí kúsok viac, keďže je ešte stále ponorená v soľnom roztoku. Z oboch slaniniek by za takýchto okolností trčala nad hladinou rovnaká časť iba v jedinom patologickom prípade. Slaninky by museli mať rovnakú dĺžku $h_1 = h_2$ a sily by sa museli vykompenzovať bez toho, aby na slaninky pôsobila vztlaková sila, čiže

$$S_1 h_1 \rho_1 g = S_2 h_2 \rho_2 g.$$

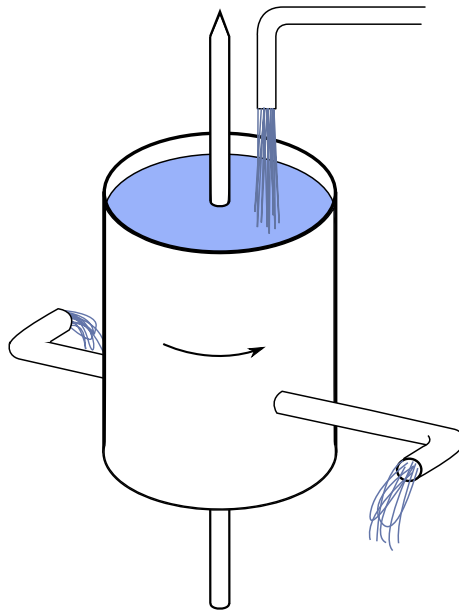
Na záver by sme vás radi vyzvali, aby ste si dali na počesť tohto príkladu poriadny kus slaniny :) Dobrú chuť!

3.3 Nízkorozpočtová turbína

vzorák **Enka** a **Terka**, opravovala **Terka**

Najprv si ujasnime, čo to vlastne chceme merať. Rýchlosť otáčania možno definovať ako počet otáčok za určitý čas, čo odborné nazývame frekvencia. Prečo sa začne fľaša vôbec točiť? Hydrostatický tlak vytláča vodu von zo slamiek, pričom tlačí aj na steny slamky, čím vytvára silu v opačnom smere, ako voda vyteká. Veľkosť tejto sily závisí len od veľkosti hydrostatického tlaku, teda výšky hladiny vody. Ak zabezpečíme, aby výška tejto hladiny bola pri všetkých meraniach rovnaká, aj veľkosť sily, ktorá roztáča fľašu, bude rovnaká. Avšak pri rôznych uhloch ohybu slamky táto sila bude mať rôzny otáčavý účinok, teda moment sily. Viete, od čoho závisí moment sily? Veľkosť momentu sily počítame ako $M = Fa$, kde F je veľkosť sily a a je rameno (kolmá vzdialenosť vektora sily od osi otáčania). Najväčší moment sily by mal byť pri uhle 90° , kedy rameno sily je najväčšie (viď obrázok). Poďme teda zistiť, či nám experiment potvrdí túto teóriu.

Teraz opíšeme, ako sme zostrojili našu Segnerovu turbínu. Do 0,5 l fľaše sme umiestnili slamky s ohybnou časťou aby sme mohli meniť uhol ohnutia slamky. Naša turbína pozostávala z fľaše s dvoma malými dierkami oproti sebe, do ktorých sme vložili slamky. Dierky sme samozrejme utesnili tmelom a lepiacou páskou, aby sme slamky zafixovali a aby voda nevytekala mimo. Fľašu sme zavesili na šnúrku, aby sa mohla voľne otáčať, pričom sme si dávali pozor, aby nebola naklonená. Ohybné časti slamiiek sme v danom uhle zafixovali lepiacou páskou. Fľašu sme naplnili vodou (zatiaľ sme upchali slamky, aby sa fľaša nezačala otáčať), pustili slamky a nechali ju roztočiť. Keďže sa fľaša točila príliš rýchlo na to, aby sme boli schopný zmerať čas jednej otáčky pomocou stopiek, rozhodli sme sa točiacu sa fľašu natáčať na slow-motion video. Z videa sme odčítali čas jedného otočenia fľaše okolo svojej osi, teda periódu otáčania, pri ktorom nenastal príliš veľký pokles hladiny vody. Čas sme vždy začali odčítavať v momente, keď hladina vody bola vždy v rovnakej vyznačenej výške.



Obrázok 2: Naša Segnerova turbína odfotená počas merania

Tabuľka 1: Namerané frekvencie otáčania Segnerovej turbíny

Uhol	45°	60°	90°	130°
$f_1/1/s$	0,8	0,9	1,2	2
$f_2/1/s$	0,9	0,95	1,3	2,2
$f_3/1/s$	1	0,9	1,35	2,1
$f_{priemer}/1/s$	0,9	0,92	1,28	2,1

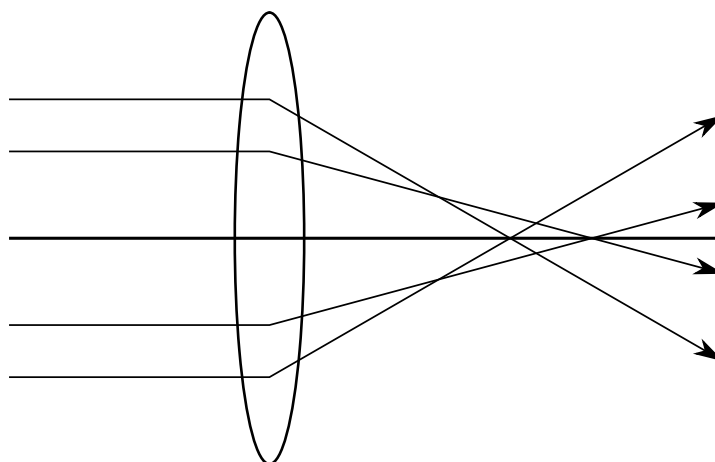
Z nášho experimentu nám závislosť frekvencie otáčania fľaše v závislosti od uhla slamiiek vyšla inak, ako sme v teoretickom úvode predpokladali. Najrýchlejšie sa nám fľaša točila pri najmenšom uhle a nie pri uhle 90°. Mysleli sme si, že sme spravili nejakú chybu pri konštrukcii Segnerovej turbíny. Preto sme sa rozhodli zostrojiť novú. Avšak pri nej nám vyšla závislosť znova podobná. Rozhodli sme sa otestovať, či na spomínanú závislosť má vplyv dĺžka slamky za kolienkom. Odstrihli sme teda konce slamiiek a spravili pár krátkych testovacích meraní pri uhle 60°, 90° a 120°. Pri týchto meraniach sa nám najrýchlejšie točila fľaša pri 90°. Z tohto výsledku sme usúdili, že v turbíne prebieha mnoho iných procesov, ktoré sme v teoretickom úvode zanedbali, akými sú napríklad prúdenie reálnej kvapaliny, ktorá sa trie o steny slamiiek. Tieto javy sú však až príliš zložité na to, aby sme ich skúmali.

K presnosti výsledkom dopomôže zabezpečenie rovnakých podmienkach pri meraniach. Snažili sme sa, ako sme vedeli, ale aj napriek tomu na výsledok mohol mať vplyv nekonštantná výška hladiny. S klesajúcou hladinou klesal aj tlak, a teda veľkosť sily, ktorá roztáčala fľašu. Ďalej nejaké nepresnosti vznikli pri určení jednej otáčky z videa. Výsledky nám skreslovala aj skutočnosť, že slamky neboli dostatočne pevne pripevnené ku fľaši a pri manipulácii mierne menili svoju polohu.

3.4 Krátkozraký špión

vzorák **Marek**, opravoval **Marek**

Keď svetlo prechádza cez ideálnu šošovku, všetky lúče prechádzajú cez ohnisko, avšak v oku máme reálnu šošovku, pre ktorú toto neplatí. Lúče, ktoré putujú ďalej od optickej osi sa budú lámať s čoraz väčšou nepresnosťou. Tieto lúče potom na sietnici podráždia čapíky a tyčinky, ktoré nemajú. Obraz je potom rozmazaný.



Obrázok 3: Lúče prechádzajúce šošovkou

Zdravým ľuďom sa má zobraziť obraz na sietnicu. Krátkozrakým alebo ďalekozrakým ľuďom sa obraz zobrazuje pred, respektíve za sietnicou. Toto spôsobuje, že obraz je už prirodzene rozmazaný, a pridaním rozmazania lúčmi ďalej od optickej osi (ďalej budeme hovoriť už len „ďaleké lúče“), sa to nezlepší. No pre ďalekozrakých je tu oprostie, vidia dobre do diaľky a teda keď špehujú cez kľúčovú dierku, tak si zlepšenie ani nevšimnú. Samozrejme, potom sa môžu pozeráť cez malú štrbinu na blízke objekty a uvidia lepšie.

Teraz ako tá dierka vlastne funguje? Podobne ako naša zrenica je to malá štrbina, cez ktorú prechádza svetlo (niektorí ste to považovali za takú malú štrbinu, že na nej prebieha difrakcia, no nie je to tak. Difrakcia prebieha na štrbinách približne veľkých rádovo μm , čo je výrazne menej ako kľúčová dierka, iní ste argumentovali, že jej efekt je podobný šošovke, čo tiež nie je správne, pretože vzduch má vždy rovnaký index lomu a teda nemá ako vzniknúť šošovka).

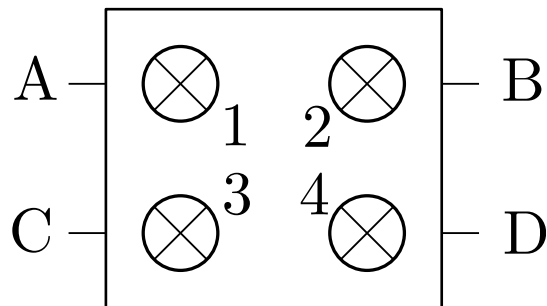
Odclonením ďalekých lúčov necháme priestor len pre lúče blízke optickej osi. Tie sa lámú presnejšie a už máme len efekt krátkozrakosti. Navyše odcloníme lúče, ktoré by sa mohli vplyvom krátkozrakosti zobraziť do žltej škvrny čím zmenšíme neostrosť obrazu. V skutočnosti nebude človek vidieť tak dobre ako s okuliarmi, no môže to byť lepšie ako za najlepších prirodzených podmienok a to slnečné ráno. Napriek zrenici ktorá sa stará o množstvo svetla pusteného dnu vieme umelou dierkou regulovať toto množstvo do takej miery, že budeme vidieť kusok lepšie ako za najlepších podmienok.

Ale špehovanie cez kľúčovú dierku je zväčša do miestností s menšou intenzitou svetla, tak budeme vidieť okálne lepšie. Keby sme použili tento efekt na alternatívu dioptrických okuliarov dostaneme takzvané dierkované okuliare. Tento efekt však nie je dostatočný, aby nahradil dioptrické okuliare.

3.5 Černokňažnícka skrinka

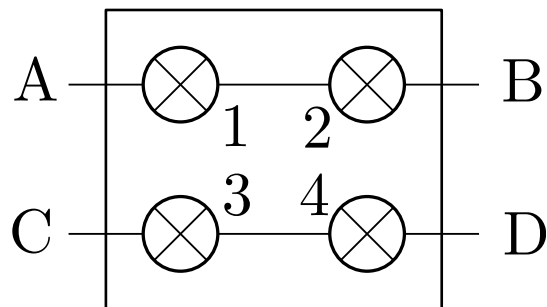
vzorák Kubo H., opravoval Kubo H.

Začneme s tajomnou krabičkou, ktorá vyzerá asi takto:



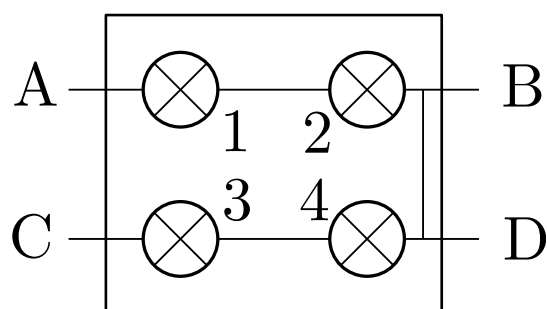
Obrázok 4: Čo asi bude vnútri?

Keď pripojíme baterku na A a B, rozsvietia sa žiarovky 1 a 2. Teda musí existovať prepojenie A-1-2-B². Rovnako pre C a D a žiarovky 3 a 4. Takže to bude vyzeráť takto:



Obrázok 5: Po doplnení dvoch drôtov

No musí existovať aj cesta prúdu A-1-2-D, rovnako ako C-3-4-B. Keď nakreslíme príslušnú čiaru, bude to vyzeráť takto:



Obrázok 6: Vnútro krabičky odhalené!

Tu si vieme uvedomiť aj to, že B a D sme týmto spojili do jedného bodu. A v ktorejkoľvek informácii zo zadania vieme skutočne zameniť B a D, čo nám len potvrdzuje, že ide o jeden bod. A keď pripojíme baterku na A a C,

²Áno, žiarovky 1 a 2 môžu byť vymenené, no tieto dve si vieme predstaviť ako jeden celok. Keby sme obe seba vymenili, bolo by to v podstate to isté. A tiež by mohli byť tieto dvojice aj paralelne. A každé z týchto zapojení ste mohli inak prekresliť. (V podstate prekreslenie závisí od toho, ako ste si nakreslili na začiatku body A, B, C a D.) Ak som vám dal 8 alebo 9 bodov, vaše zapojenie bolo správne. A ak si to chcete overiť, pozrite sa, cez ktoré žiarovky preteká prúd pri ktorom zapojení. Ak vám to sedí so zadáním, máte to správne.

skutočne sa rozsvietia všetky štyri žiarovky, ale len tlmene, pretože baterka poskytuje rovnaké napätie, ale tentokrát na spotrebiče s dvojnásobným odporom. Preto bude prúd polovičný a s ním aj výkon jednotlivých žiaroviek.

Teda zapojenie sme objavili a teraz zodpovedáme otázku – čo sa stane, ak pripojíme baterku na B a D? Skratujeme ju!