Riešenia 1. kola zimnej časti

1.1 Papek

vzorák **Tomáš** a **Dušan**, opravoval **Tomáš**

Na úvod si zhrnieme, čo v tomto vzorovom riešení nájdete. Jednak to budú odprezentované dva možné spôsoby riešenia tejto úlohy. Prvý, fyzikálne jednoduchý a nenáročný na konštrukciu, a druhý fyzikálne náročnejší a zaujímavejší. Dvak sa ešte pozrieme na výsledky oboch meraní a porovnáme ich presnosť.

Metóda č. 1

Ako prvé každému z nás určite napadne vziať spomínaný papek z názvu úlohy, hodiť ho do vody na rovnom úseku rieky známej dĺžky s, a sledovať, za aký čas t úsek prejde. Z toho už jednoducho vypočítame rýchlosť prúdu rieky ako $v = \frac{s}{t}$. No aj tu sa treba zamyslieť ako vykonať meranie správne.

Ako prvé si musíme zvoliť vhodný predmet, ktorým budeme merať. Musí sa mu dobre sledovať ťažisko, pretože sledovanie inej časti predmetu by mohlo viesť k chybným výsledkom, ak by nám predmet vo vode nejako rotoval. Túto podmienku papek pravidelného tvaru rozumne spĺňa.

Ďalej si musíme správne zvoliť časť rieky, na ktorej meriame. Na brehu si treba zvoliť dva body, ktorých vzdialenosť bude kopírovať dĺžku meraného úseku, a budeme vedieť podľa nich začať a ukončiť meranie. Ideálne ich treba označiť dvoma stojacimi objektmi, na ktoré sa potom budeme pozerať smerom kolmo na breh rieky. Samozrejme tieto body musia byť dostatočne ďaleko od seba, aby sme vedeli, kedy predmet vstúpi do meraného úseku a kedy ho opustí. A v neposlednom rade treba predmet, ktorým meriame, vhodiť na mieste dostatočne vzdialenom od začiatku, aby sa jeho rýchlosť stihla ustáliť.

Ako každé meranie, aj toto treba zopakovať viackrát na tom istom úseku, aby sme minimalizovali chyby merania. A ak nás zaujíma priemerná rýchlosť rieky na dlhšom úseku, treba merať na viacerých miest. No a keď všetko nameriame, treba spraviť základné spracovanie nameraných dát, ku ktorému sa dostávame hneď v nasledujúcej časti.

Experimentálne výsledky metódy č. 1 a ich spracovanie

Naša metóda merania bola podobná k tej opísanej, no s tým rozdielom, že papek sme hádzali z mostíku na Malom Dunaji (jedine tak sa dá papek rozumne hodiť do stredu toku), a merali čas jeho pohybu medzi dvoma okrajmi mostíku, na ktoré sme sa pozerali kolmo. Jeho šírka bola 11,10 m. Vysvetlime si teraz, ako tieto merania spracovať.

Najprv si všetky vykonané merania rýchlosti spriemerujeme, tzn. všetky sčítame a vydelíme počtom meraní. Potom pre každé meranie vypočítame jeho absolútnu odchýlku, tzn. vypočítame rozdiel konkrétneho merania a priemernej hodnoty. Spriemerujeme aj tieto odchýlky.

Nakoniec si vypočítame, aká je naša priemerná odchýlka veľká v porovnaní s priemernou nameranou hodnotou. Toto sa vyjadruje najlepšie percentuálne, takže vydelíme priemernú odchýlku priemernou nameranou hodnotou (a prenásobíme stomi, aby sme to previedli na percentá). Tak vieme vyjadriť, aké je pravdepodobne naše meranie presné, teda o akú časť z priemernej hodnoty sme sa mohli asi pomýliť. Pri tomto všetkom je dôležité myslieť na to, že priemerné výsledky, ktoré dostaneme, nemôžu mať vyššiu presnosť.

Tabuľka 1: *Merania č. 1. t je čas, v je nameraná rýchlosť, v_p je priemerná hodnota rýchlosti, Δv je odchýlka meranej hodnoty od priemernej hodnoty, Δ_p je priemerná odchýlka a v poslednom stĺpci je percentuálne vyjadrená relatívna priemerná odchýlka. K samotným dátam je toto všetko, nižšie nájdete porovnanie s dátami získanými druhou metódou.*

t [s]	v [m/s]	v_p [m/s]	Δv [m/s]	Δ_p [m/s]	$\Delta_p/\Delta v$
17,56	0,632	0,635	0,003	0,002	0,31 %
17,43	0,637		0,002		
17,47	0,635		0,000		

Metóda č. 2

V tejto časti si ukážeme, ako riešiť experimentálku iným spôsobom. Vyžaduje to však trošku viac znalostí o rozkladaní síl a trigonometrii. Preto odporúčame nazrieť do študijných materiálov na stránke `https://ufo.fks.sk/studijne_materialy/`.

Zariadenie, ktorým budeme merať, pozostáva z predmetu guľovitého tvaru o známej hustote väčšej ako je hustota vody, ktorý je pripevnený na koniec palice lankom. Naozaj potrebujeme guľu, aby sme mohli použiť jednoduchý fyzikálny výpočet špeciálne pre predmet guľového tvaru. Palica musí byť taktiež dostatočne dlhá, aby dosiahla do stredu nášho vodného toku. Navyše druhým lankom pripevníme ku koncu tyče ťažké závažie, aby sme vedeli merať kolmicu k zemi. A navrch si pripevníme ešte uhlomer, aby sme vedeli merať odklon prvého lanka od kolmice, keď ho ponoríme do vody.

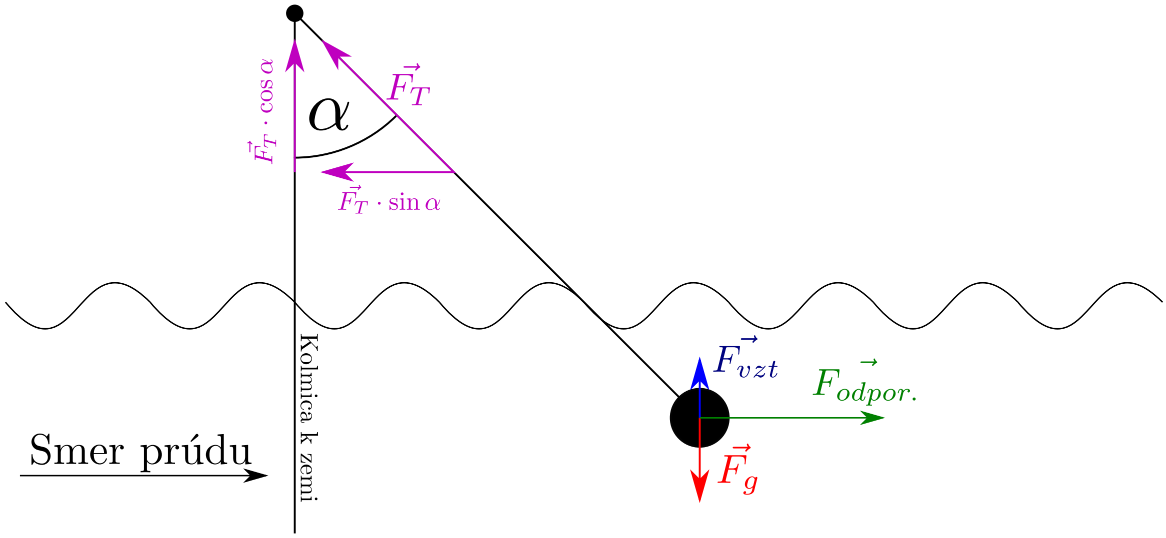
Z konštrukcie takéhoto zariadenia je už jasné, ako budeme postupovať. Naše meracie zariadenie nahodíme do vody podobne ako udicu. Dostaneme ho do takého stavu, aby guľa na prvom lanku bola kompletne ponorená pod hladinou a zvyšok lanka bol nad hladinou. Teraz sa stane to, že guľa bude unášaná prúdom, bude na ňu pôsobiť odporová sila vody, a teda prvé lanko sa vychýli od kolmice o nejaký uhol, ktorý budeme vedieť vyjadriť z rovnosti pôsobiacich síl.

Samozrejme, treba si dať pozor na to, aby sme mali guľu takej hustoty, s ktorou budeme vedieť zmerať rozumné vychýlenie. Vychýlenie v jednotkách stupňov je naozaj málo, vtedy je nepresnosť merania veľká… Ďalším vhodným úkonom je odfotiť si meranie. Predsalen, z uhlomera sa na diaľku odčítava ťažko. Takto zopakujeme meranie na viacerých miestach rieky, keďže prúd vie byť celkom premenlivý. Keď tak spravíme, čaká nás už iba analýza výsledkov, kde už treba aj niečo spočítať.

Z fyzikálnej stránky je výpočet na prvý pohľad celkom jednuchý. Vieme, že keď ponoríme guľu do vody, budú na ňu budú pôsobiť spolu štyri sily, ktoré musia byť v rovnováhe. Jednak sú to gravitačná sila mg a vztlaková sila vody $V\rho g$, kde V predstavuje objem gule a ρ hustotu vody. Obe tieto sily pôsobia vo vertikálnom smere. V horizontálnom smere pôsobí odporová sila vody. Keďže uvažujeme, že voda prúdi okolo gule príliš pomaly na to, aby vytvárala nejaké víry, pre veľkosť tejto sily bude platiť $F_{\mathrm{odp}} = 6\pi\eta Ru$, kde η predstavuje dynamickú viskozitu vody.

Dynamická viskozita je veličina, ktorá nám charakterizuje, ako veľmi sa danej tekutine nechce tiecť. Čím je väčšia, tým väčší odpor kladie. Jej hodnotu ľahko nájdeme v tabuľkách, len si treba dať pozor, že sa mení s teplotou. Takže netreba zabudnúť vybrať tú správnu hodnotu.

Vo vyššie uvedenom vzorci nám ešte vystupuje R, čo je polomer gule a u predstavuje rýchlosť prúdiacej vody. Vidíme teda, že práve vďaka tomuto vyjadreniu vieme zistiť rýchlosť rieky, ktorá nás zaujíma. No a poslednou silou je ťahová sila lanka T, ktorá bráni odplávaniu gule. Samozrejme tá pôsobí pod uhlom α od kolmice k vode.



Obrázok 1: *Sily pôsobiace na meracie zariadenie*

Ako bolo už spomenuté, tieto sily sú v rovnováhe, to znamená, že môžeme napísať ich rovnosť v horizontálnom aj vertikálnom smere

$$6\pi\eta R u = T \sin\alpha,$$

$$mg - V\rho g = T \cos\alpha.$$

Vylúčením neznámej ťahovej sily T z rovníc dostaneme pre rýchlosť prúdenia vody výraz

$$u = \frac{(m - V\rho)\, g}{6\pi\eta R} \tan\alpha.$$

Takže ak teraz máme namerané jednotlivé uhly, už pomerne jednoducho vypočítame rýchlosti, a ešte jednoduchšie spravíme pre ne štatistiku. Pustime sa teda rovno do toho.

Experimentálne výsledky metódy č. 2 a ich spracovanie

Na meranie sme si zvolili guľu z plastelíny s hmotnosťou 0,175 kg a polomerom 0,0315 m$. Meranie sme vykonali opäť z mosta – tak, že guľu sme do vody spúšťali pomocou palice zhora. Mali sme fotografickú výpomoc na brehu, takže uhol bol odfotený viac-menej korektne. Ako bolo opísané, toto meranie v podstate meria rýchlosť toku v jednom bode, takže ho chceme vykonať na viacerých miestach. Bohužiaľ nám vyšli len dve merania vzdialené desať metrov od seba, na jednom a na druhom boku mostu, inak sa nedalo dočiahnúť do stredu prúdu.

Tabuľka 2: *Merania č. 2. v je nameraná rýchlosť, v_p je priemerná hodnota rýchlosti, Δv je odchýlka meranej hodnoty od priemernej hodnoty, Δ_p je priemerná odchylka a v poslednom stĺpci je opäť percentuálne vyjadrená priemerná relatívna odchýlka.*

Uhol	v [m/s]	v_p [m/s]	Δv [m/s]	Δ_p [m/s]	$\Delta_p/\Delta v$
17°	0,632	0,652	0,020	0,020	3 %
18°	0,671		0,019		

Porovnanie výsledkov oboch metód

Záverečnou časťou vzoráku bude malé zamyslenie sa nad tým, aké sme získali výsledky, odkiaľ pochádzajú odchýlky v nich, a aké rozdiely sú medzi týmito metódami. V prvej metóde jediný potenciál pre chybu zo strany merajúceho je to, či dobre odhadne okamih, kedy presne papek prepláva cez ním vytýčenú čiaru, a či stihne rýchlo reagovať.

Keďže ľudský reakčný čas je asi 0,3 sekundy, vidíme, prečo tu je malá veľkosť odchýlky. Z pohľadu fyzikálnej správnosti je tiež táto metóda v poriadku, pretože ak hodíme prvý papek do stredu toku a druhý možno dvadsať centimetrov od neho, tak pri rieke širokej dvadsať až tridsať metrov toto nebude mať za následok veľký rozdiel v dĺžke cesty papeku.

Samozrejme naše výsledky by sme mohli vylepšiť a potvrdiť tým, že by sme merania zopakovali viackrát. V tomto prípade to však bolo náročnejšie na opakovanie a preto sme tak neurobili, keďže sme videli, že výsledky sa takmer nelíšia a sú teda zaťažené malou chybou.

V druhej metóde je z pohľadu experimentátora dosť veľký potenciál pre chybu v meraní uhla medzi dvoma povrazmi. Tiež, ako bolo povedané, meriame len rýchlosť toku v istom bode, aj keď pri veľkej rieke tečúcej po viac-menej rovnomernom teréne tu nemusí byť veľký rozdiel od miesta k miestu. Samotný fyzikálny vzorček pre silu pôsobiacu v jednom bode je teoreticky dobre podložený.

Výsledky nám z prvej a z druhej metódy vyšli veľmi blízke. Keďže prvá metóda je ľahká na správne prevedenie a fyzikálne dosť korektná („mal som predmet, hodil som ho do rieky, plával takto rýchlo, takže to je aj rýchlosť toku rieky"), vieme usúdiť, že aj druhá metóda je na účely takéhoto merania veľmi použiteľná. A to je dobré, pretože každému experimentálnemu fyzikovi sa oplatí mať na meranie nejakej veličiny viac metód, kebyže jednu vykoná nesprávne, alebo sa vyskytnú iné okolnosti, ktoré ovplyvňujú meranie.

Na záver by sme uviedli, že by nám mohlo napadnúť, že teleso je dosť ovplyvňované prípadným vetrom, ktorý fúka nad hladinou. Z pohľadu fyziky tekutín je však guľa z bežného materiálu veľmi jednoduchý predmet. Preň máme takmer zaručené, že voda, tisíckrát hustejšia tekutina ako vzduch, bude silovo pôsobiť na predmet rádovo väčšou silou.

1.2 Origami

vzorák **Kebab** a **MaťoB**, opravoval **Kebab**

Spôsobov, ako môžeme nájsť ťažisko, je viacero. My si ukážeme dva z nich.

1. spôsob – sčítavanie ťažísk jednotlivých oblastí

Na zistenie polohy ťažiska telesa sa dá použiť spôsob, kde rozkúskujeme teleso na časti, pre ktoré polohu ťažiska určiť vieme a následne urobíme vážený priemer týchto polôh. Vážený priemer je veľmi podobný aritmetickému priemeru, ktorý sa učí v škole, avšak vo váženom priemere uvažujeme aj o „váhach" hodnôt. Je to ten istý spôsob, ako napríklad vypočítať priemernú známku.

Každé číslo vynásobíme jeho váhou a po sčítaní vydelíme súčtom všetkých váh. Keby sme mali napríklad 5 jednotiek, 3 dvojky, 1 trojku a 2 štvorky, vážený priemer by sme vypočítali ako

$$P = \frac{5 \cdot \mathbf{1} + 3 \cdot \mathbf{2} + 1 \cdot \mathbf{3} + 2 \cdot \mathbf{4}}{5 + 3 + 1 + 2} = \frac{22}{11} = 2.$$

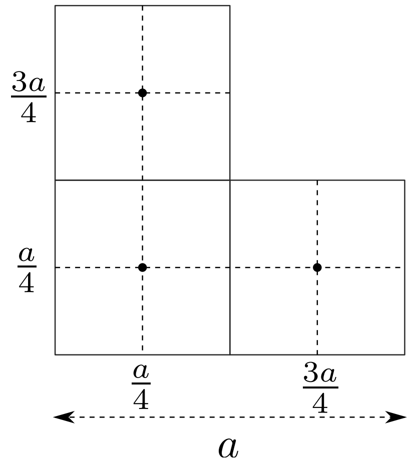
Prv, než budeme robiť priemer, však musíme poznať hodnoty, ktoré budeme priemerovať. A teda si musíme papier rozdeliť na nejaké časti, určiť im ťažiská a následne urobiť vážený priemer x-ových a y-ových súradníc jednotlivých ťažísk. Výsledkom budú súradnice hľadaného miesta.

Rozdeliť si papier na časti a nájsť im ťažiská je v tomto prípade najľahšia časť, keďže papier možno rozdeliť na tri rovnako veľké štvorce. Nájsť ťažisko štvorca je jednoduché, keďže leží v jeho strede (resp. na prieniku jeho uhlopriečok). Ostáva nám teda zistiť súradnice stredov štvorcov. Na to potrebujeme vedieť dĺžku hrany papiera. Keďže poznáme dĺžku uhlopriečky, hranu ľahko vypočítame využitím Pytagorovej vety.

$$a^2 + a^2 = 1\ \mathrm{dm}^2,$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Používať tento výraz vo výpočtoch môže byť trochu mätúce, budeme miesto neho teda používať „a“. Ak si teraz ľavý dolný roh určíme ako bod so súradnicami $[0, 0]$, ľahko vidieť, že x-ové súradnice stredov štvorcov budú $a/4$, $a/4$, $a \cdot 3/4$ a y-ové súradnice budú taktiež $a/4$, $a/4$, $a \cdot 3/4$.



Obrázok 2: *Rozdelenie papiera na tri časti*

Teraz nám už ostáva urobiť vážený priemer. Môžme si všimnúť, že všetky tri časti sú rovnako veľké a teda im všetkým môžeme prisúdiť rovnakú váhu, napr. 1[1]:

$$x_T = \frac{\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{3 \cdot a}{4}}{3} = \frac{5}{12} \cdot a = \frac{\sqrt{2} \cdot 5}{24} \doteq 0{,}2946\ \mathrm{dm},$$

$$y_T = \frac{\frac{a}{4} + \frac{a}{4} + \frac{3 \cdot a}{4}}{3} = \frac{5}{12} \cdot a = \frac{\sqrt{2} \cdot 5}{24} \doteq 0{,}2946\ \mathrm{dm}.$$

Teda súradnice ťažiska sú $[0{,}2946\ \mathrm{dm}, 0{,}2946\ \mathrm{dm}]$.

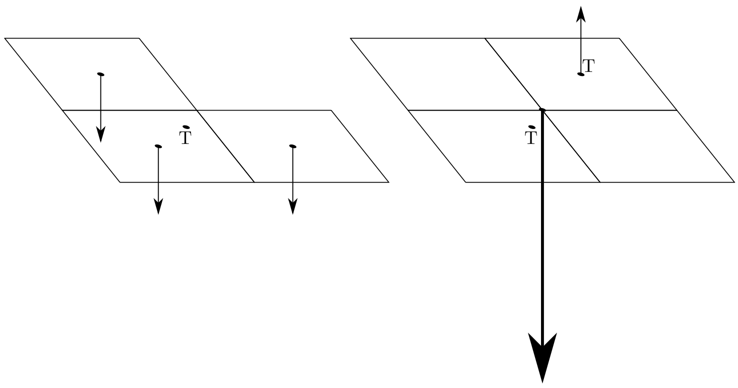
2. spôsob – odpočítavanie stratených častí

Tento spôsob je veľmi podobný tomu prvému, ale teraz aj odpočítavame. Pri predošlom spôsobe sme akoby „sčítavali“ ťažiská nejakých pomyselných častí a hľadali k nim bod, ktorý by bol ich priemerom. Dá sa na to pozrieť aj tak, že sme akoby sčítavali tiažové sily jednotlivých týchto častí. Pri tomto druhom spôsobe uvažujeme aj o silách opačne orientovaných.

[1] pri váženom priemere nemusíme zadávať presné hmotnosti jednotlivých častí, ale stačí nám zachovať pomery reálnych hmotností

Predstavme si, že rovnako, ako v predošlom spôsobe sily sčítavame, ale ak nejakú časť nepridávame, ale odpočítavame, táto sila bude opačne orientovaná. Bude záporná. V našom prípade zo stredu štvorca ide sila $\vec{F}$ a zo stredu chýbajúceho štvorca ide sila veľkosti $-\vec{F}/4$. To znamená, že váha menšej časti je -1 a váha väčšej 4.

Vo všeobecnosti platí, že ak v nejakom útvare chýba malá časť, ťažisko útvaru vieme zistiť tak, že od tohoto útvaru odpočítame túto malú časť. Avšak všetky tieto odpočítania a pričítavania počítame cez vážený priemer.



Obrázok 3: *Porovnanie dvoch spôsobov*

$$x_T = \frac{\frac{a}{2} \cdot 4 - \frac{3 \cdot a}{4} \cdot 1}{4 - 1},$$

$$y_T = \frac{\frac{a}{2} \cdot 4 - \frac{3 \cdot a}{4} \cdot 1}{4 - 1}.$$

Tu vidíme, že nám vyšiel ten istý bod, ako v prvom spôsobe.

1.3 Jajko pláva

vzorák **Lukáš** a **Marek**, opravovali **Lukáš** a **Marek**

Najprv sa zamyslíme nad tým, čo nám jednotlivé udalosti hovoria. Začnime hmotnosťou celého vajíčka pred tým, než sa nám napustilo slanou vodou, ktorá nahradila vzduchovú bublinu. Vieme, že hmotnosť vajíčka m je zložená z hmotnosti vzduchu a vajcovej hmoty samotného vajíčka. Vieme si z toho teda odvodiť, že $m = m_v + m_a$ (kde m_a je hmotnosť samotného vzduchu a m_v je hmotnosť vajcovej hmoty vo vajíčku).

Musíme však zahrnúť aj vztlakovú silu spôsobenú samotným vzduchom. Táto sila má rovnicu $F = \rho v g$, kde v je objem vajca ρ je hustota prostredia a g je známe gravitačné zrýchlenie. Keďže váha, na ktorej vážime samotné vajíčko, nie je kalibrovaná na to, aby zohľadnila vztlakovú silu vzduchu, musíme ju zohľadniť my. Keď tieto sily dáme do rovnosti, dostaneme

$$mg = m_v g + m_a g - (v_v + v_a)\rho_a g.$$

Všimneme si, že môžeme túto rovnicu predeliť g a dostaneme trochu prehľadnejšiu rovnicu s menej písmenkami

$$m = m_v + m_a - (v_v + v_a)\rho_a.$$

Ďalej vieme, že keď nám vajíčko padlo do vody, zostalo plávať, a to vďaka vztlakovej sile (ďalej označovanej ako F_b), ktorá vyrovnala gravitačnú silu. Rovnica vztlakovej sily je už známa, len si ju označím konkrétne $F_b = \rho v g$.

Taktiež vieme, že gravitačná sila, ktorá ťahá naše vajíčko k zemi je $F_{gv} + F_{ga}$. Preto môžeme písať

$$F_{gv} + F_{ga} = (v_v + v_a)\rho_h g,$$

kde ρ_h je hustota vody, F_{gv} gravitačná sila vajca a F_{ga} gravitačná sila vzduchu. Poznáme, že $F = mg$, pričom si stačí vydeliť rovnicu g a dostaneme hmotnosti. Teda

$$m_v + m_a = (v_v + v_a)\rho_h.$$

Pozrime sa, čo si vieme odvodiť zo správania vajíčka po puknutí a ponorení do roztoku (vlastnosti roztoku budú označované s dolným indexom r). Ako prvú veličinu si vieme odvodiť hmotnosť vajca, ktoré je už napustené slanou vodou. Ako aj v predchádzajúcich odsekoch, tak aj teraz využijeme rovnosť vztlakovej a gravitačnej sily pôsobiacich na vajíčko.

Vieme, že keď vajíčko padlo do roztoku, vzduchová časť sa vymenila za roztokovú časť, a keďže roztok sa vznáša v roztoku, ďalej ho nemusíme uvažovať. Preto môžeme uvažovať o rovnici $F_g = F_{br}$, kde F_{br} je vztlaková sila roztoku. Preto máme $\rho_r v_v g = m_v g$, odkiaľ krátením gravitačného zrýchlenia dostaneme $m_v = \rho_r v_v$. Vykrátime si gravitačné zrýchlenie a dostaneme $m_v = \rho_r v_v$, teda hmotnosť vajca ponoreného v roztoku. Pre hmotnosť vzduchu je to ľahšie, pretože využijeme známy vzťah $m_a = \rho_a v_a$.

Poďme si zobrať všetky rovnice, ktoré sme si zatiaľ odvodili a dosadiť do nich konkrétne hodnoty, ktoré sú nám zatiaľ známe:

	Rovnica	Hodnota
1	$m = m_v + m_a - (v_v + v_a)\rho_a$	$60\ \text{g} = m_v + m_a - (v_v + v_a) \cdot 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3$
2	$m_v + m_a = (v_v + v_a)\rho_h$	$m_v + m_a = (v_v + v_a) \cdot 1\ \text{g/cm}^3$
3	$m_v = \rho_r v_v$	$m_v = 1{,}02\ \text{g/cm}^3 v_v$
4	$m_a = \rho_a v_a$	$m_a = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g/cm}^3 v_a$

Máme teda nejaké rovnice a z nich potrebujeme vytĺcť v_a. Avšak máme viaceré hodnoty, ktoré nám nie sú známe. Budeme ich nazývať neznáme. Ak by sme vyjadrili v_a len tak z nejakej rovnice, vždy by nám niektorá neznáma prekážala vo vyjadrení konkrétneho výsledku. Tieto neznáme vieme vyjadriť zo zvyšných rovníc, a potom by sme mali dostať číselný výsledok.

Takže s tým skúsme niečo spraviť. Rovnice budeme značiť číslami ako v tabuľke. Prvým krokom je všimnúť si v rovnici 1 a 2 členy $m_v + m_a$. Tie sa zjavne rovnajú a preto sa budú rovnať aj ich pravé strany. Preto môžeme napísať novú rovnicu $m = m_v + m_a = (v_v + v_a) \cdot (1 - 1{,}3 \times 10^{-3}) = 0{,}9987 \cdot (v_v + v_a)$. Dostali sme novú rovnicu túto označíme 5.

Ďalej si vieme z tretej a štvrtej rovnice dosadiť do druhej súčet hmotnosti, čiže to, čo sme robili skoro v prvom kroku a dostaneme rovnicu iba s v_v a v_a,

$$m = m_v + m_a = \rho_r v_v + \rho_a v_a = (v_v + v_a) \cdot 1\ \text{g/cm}^3.$$

Úpravy, zväčša dosadzovanie čísel ktoré poznáme, necháme na čitateľa a po zjednodušení nám zostane rovnicu číslo 6: $0{,}02 v_v = 0{,}9987 v_a$, z ktorej plynie $v_v = 49{,}935 v_a$. Ďalej si vieme dosadiť zo 6. rovnice do 5. nejakú neznámu, ideálne objem, ktorý už nebudeme potrebovať, a to je v_v. Toto dosadzovanie funguje tak, že vyjadríme neznámu, že $v_v = 49{,}935 v_a$ a v rovnici, do ktorej dosadzujeme, nahradíme všetky v_v výrazom $49{,}935 v_a$. Dostaneme $m = 60 = 0{,}9987(49{,}935 v_a + v_a) = 0{,}9987 \cdot (50{,}935 v_a) = 50{,}868 v_a$. Preto $v_a = \frac{60}{50.868}\ \text{cm}^3 = 1{,}179\ \text{cm}^3$.

Po vypísaní zadaných hodnôt a vzťahov, sme sa popasovali s neľahkým problémom dostať v_a z týchto rovníc. Túto úlohu sme vyriešili a našli sme objem vzduchovej bublinky, ktorý je 1,179 cm^3. Takže môžeme sa radovať a tešiť sa na druhé kolo UFO.

1.4 Vytiahni sa!

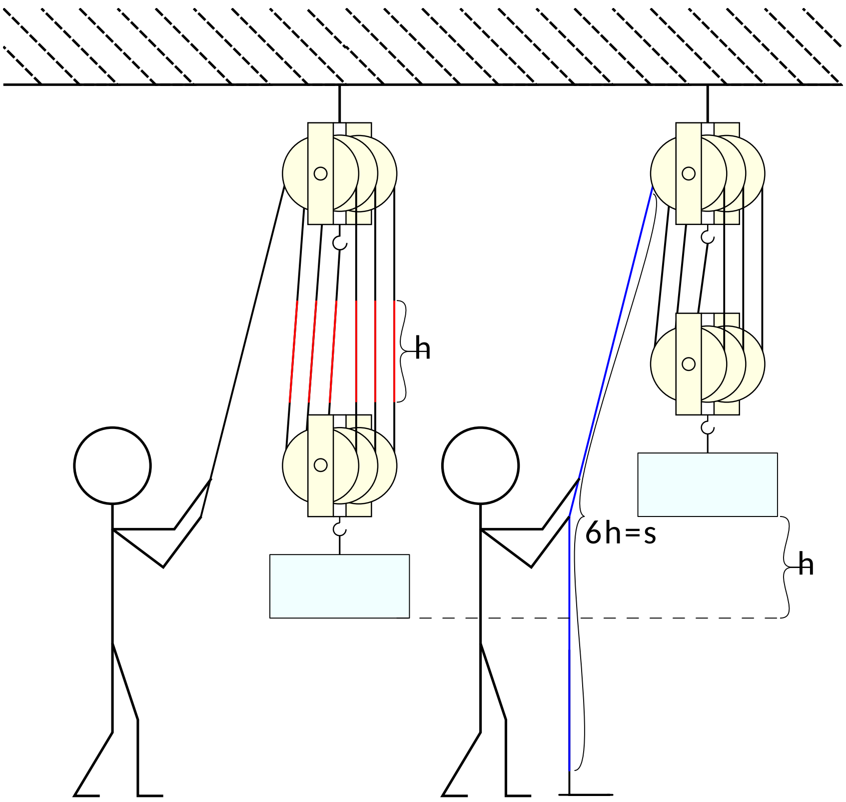
vzorák **Nina**, opravovala **Nina**

Hľadáme kladkostroj, pomocou ktorého dokážeme zdvihnúť teleso silou $\frac{F}{6}$, kde F je sila potrebná na zdvihnutie telesa bez použitia kladkostroja. Pri dvíhaní telesa je lano v celej jeho dĺžke napínané rovnakou silou, preto keďže chceme na voľný koniec lana pôsobiť silou $\frac{F}{6}$, musí byť celé lano napínané touto silou.

Rovnakou silou musí teleso napínať laná, na ktorých visí. Táto sila sa rozloží medzi jednotlivé laná rovnomerne, preto visí na šiestich častiach lana. Teleso môže byť ku kladkostroju pripevnené pomocou voľných kladiek a prípadne aj pevného konca lana. Každá voľná kladka pritom visí na dvoch častiach lana.

Môžeme si teda všimnúť, že ak teleso visí aj na pevnom konci lana, visí na nepárnom počte častí lana. Ak naopak na ňom nevisí,visí na párnom počte častí lana. My chceme, aby viselo na šiestich častiach, a preto visí na troch voľných kladkách a pevný koniec lana je prichytený o prostredie.

Vieme teda, že lano je kladkami rozdelené na aspoň 6 častí, pričom o 8 z aspoň 12 koncov lana vieme, kde sa nachádzajú. Ak by sme zvyšné štyri umiestnili na dve pevné kladky na strope, získali by sme podobný kladkostroj ako na obrázku, s tým rozdielom, že lano je potrebné ťahať zdola nahor. Keďže toto je dosť nepraktické, pridáme na strop ešte jednu pevnú kladku, cez ktorú prehodíme voľný koniec lana.



Obrázok 4: *Návrh kladkostroja*

Pre overenie správnosti vieme, že kladkostroj neovplyvní množstvo vykonanej práce W. To znamená, že ak pomocou kladkostroja zdvihneme teleso tak, že na voľný koniec lana pôsobíme silou $\frac{F}{6}$ po dráhe s, vykonáme tým prácu $W = \frac{F}{6} \cdot s$ a táto práca bude rovnako veľká, ako keby sme teleso zdvihli bez kladkostroja do výšky h, čiže $W = \frac{F}{6} \cdot s = F \cdot h$. Potom $h = \frac{s}{6}$, čiže teleso pomocou kladkostroja zdvihneme len do výšky $\frac{s}{6}$, čo súhlasí s navrhnutým kladkostrojom.

1.5 Výťah opäť nechodí...

vzorák **Kubo Hluško** a **Katka**, opravovali **Kubo Hluško** a **Katka**

Poďme postupne po jednotlivých *výsledkoch*, argumentujúc, prečo ich nemôžeme považovať za správne. Pri riešení tejto úlohy boli použité postupy a myšlienky prehľadne zhrnuté v našich študijných materiáloch dostupných na našej stránke.

$$t = t_1 - t_2 \tag{1.5.1}$$

Jeden z viacerých problémov tohto výsledku môže byť napríklad to, že niekedy vyjde záporný. Alebo napríklad to, že keď $t_1 = t_2$ (po schodoch by im to trvalo rovnako ako po eskalátore), idúc po eskalátore by vyšli hore za nulový čas.

$$t = t_1 + t_2 \tag{1.5.2}$$

Dúfam, že tu ste sa nenechali zmiasť. Keby totiž išlo o rýchlosti, skutočne by platilo $v = v_1 + v_2$. Pri čase je to však inak, keď ideme väčšou rýchlosťou, trvá nám to kratšie. Preto sa časy v tomto prípade nemôžu sčítat tak jednoducho ako rýchlosti. Veď by nám vyšlo, že to vlastne rýchlejším tempom trvá dlhšie!

$$t = \sqrt{t_1 + t_2} \tag{1.5.3}$$

Keď sa poriadne pozrieme na tento výsledok, zistíme, že ani nevychádza v sekundách. To značí niečo o jeho správnosti. Teda vlastne nesprávnosti. Keď si totiž vyčíslime jednotky $t_1 + t_2$, budú to ešte sekundy, no my to ešte odmocňujeme. A neodmocňujeme len číslo, ale aj jednotku, teda by nám vyšla odmocnina zo sekúnd.

$$t = \frac{t_1}{t_2} \tag{1.5.4}$$

Tento výsledok má viac problémov. Asi najväčším bude to, že nie je v sekundách. A ako druhý by sme si mali všimnúť nesymetriu – predstavme si, že by sme vymenili t_1 a t_2. Pokojne by sme to mohli urobiť – keby sme si situáciu predstavili s obrátenými časmi, malo by nám to vyjsť rovnako. No tu tak tomu nie je.

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \tag{1.5.5}$$

Pri tomto výsledku platí niečo podobné ako pri výsledku 2. Mal by vyjsť menší čas ako ktorýkoľvek z pôvodných, pretože Denda a Enka vlastne išli rýchlejšie. Tu vyjde uprostred, čo jasne posiela výsledok medzi nesprávne. Pretože keby sme si predstavili, že Denda má nohu v sadre a kríva, t_2 by bolo niekde veľmi vysoko, napríklad by to mohli byť tri minúty. A keby ju eskalátory vyniesli za dvadsať sekúnd, nie je reálne, aby jej to krivkajúc po idúcich schodoch trvalo minútu a štyridsať sekúnd.

$$t = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \tag{1.5.6}$$

V tomto výsledku chybu nevidíme, preto si ho zatiaľ necháme na koniec.

$$t = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} \cdot \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 - t_2} \tag{1.5.7}$$

Po úprave (vykrátení $t_1 - t_2$) nevyzerá zle, no stále delíme $t_1 - t_2$, čo môže byť (pri $t_1 = t_2$) nula. A delenie nulou by nedávalo zmysel, preto je aj tento výsledok nesprávny.

$$t = \frac{t_1}{t_2} \cdot \frac{t_2}{t_1} \cdot (t_1 + t_2) \tag{1.5.8}$$

Keď sa na týto výsledok pozrieme, hneď vzájomne vykrátime prvé dva zlomky. A čo dostaneme? Výsledok č. Rovnica 1.5.2. Nesprávny výsledok č. Rovnica 1.5.2.

$$t = \frac{t_1 + t_2}{|t_1 - t_2|} \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} \tag{1.5.9}$$

Tento výsledok sa nám, podobne ako číslo 7, môže pri rovnosti $t_1 = t_2$ zvrhnúť na delenie nulou. A teda nebude správny.

$$t = \frac{t_1 + t_2}{t_2} + \frac{|t_1 - t_2|}{t_1} \tag{1.5.10}$$

A ako je na tom tento výsledok? Ak by sme prehodili hodnoty t_1 a t_2, výsledok sa nám zmení a to nie je správne.

Tak nám teda zostal už len výsledok Rovnica 1.5.6. Všetky možné kontroly by neodhalili žiadnu chybu. Je to tým, že je správny, no žiadny z týchto receptov by nevylúčil ani nesprávny výsledok $t = \frac{t_1 \cdot t_2}{2 \cdot (t_1 + t_2)}$. Preto využívajte tieto triky koľko môžete, no nikdy sa na ne stopercentne nespoliehajte, pretože existuje veľmi veľa nesprávnych riešení, ktoré takéto triky neodhalia. Veľa šťastia pri ďalšom odhaľovaní chýb!