Riešenia 3. kola zimnej časti

3.1 Veľký sen mora

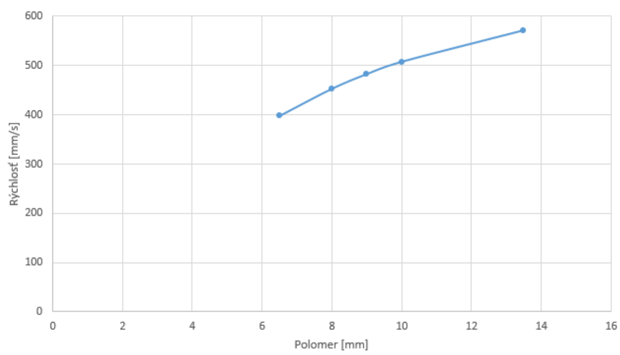
vzorák **Marcel**, opravoval **Marcel**

Položme si najprv otázku, prečo sa to deje, prečo sa rôzne veľké predmety ustália na rozdielne veľkej rýchlosti. Na teleso, ktoré padá, pôsobia dve sily, tiažová sila a odpor prostredia (vody, alebo vzduchu). Keď je teleso padá ustáleným pohybom, tak sú tieto dve sily v rovnováhe. Na menšie ahšie teleso pôsobí menšia odporová sila, ale aj menšia tiažová sila. Na väčšie, ťažšie teleso pôsobí väčšia odporová sila, ale aj väčšia tiažová sila. To ale nevraví o tom, že by sa tie rýchlosti mali rovnať.

K samotnému meraniu. Ako bolo v zadaní, pád sme nahrávali a analyzovali v Trackeri[1]. Ako odmerný valec nám slúžili plastové fľaše.[2] Merali sme pre 5 priemerov guličiek a pre každý priemer 12-krát. Vedľa fľaše sme mali natiahnutý meter, podľa ktorého sme si vedeli nastaviť mierku v Trackeri. Označili sme polohu v čase, keď gulička dosiahla ustálenú rýchlosť, a potom druhú polohu v čase tesne pred dopadom na dno. Z tohoto sme zistili vzdialenosť a čas, za ktorý gulička túto vzdialenosť prešla Týmto sme pre každé meranie vypočítali rýchlosť. Tieto výsledky pre každé meranie sme spriemerovali a dali do tabuľky. Tu je:

Polomer guličky[mm]	13,5	10	9	8	6,5
Rýchlosť [mm/s]	571	507	482	452	397

A následne zobrazili aj vo forme grafu:



Obrázok 1: *Graf závislosti rýchlosti ustálenia od polomeru*

Výsledný graf by mal vyzerať ako $v = \sqrt{r}$ a na domácu úlohu sa môžete skúsiť zamyslieť, ako by sa k tomu dalo dopracovať formálne, a nie len tak, od oka.

[1] https://physlets.org/tracker/

[2] Pozdravujeme všetkých, ktorým rovnako ako nám došlo, že musia tie guličky nejako z toho valca vytiahnuť až potom, ako tam hodili prvú guličku, a následne to vyberali ražňom na opekanie.

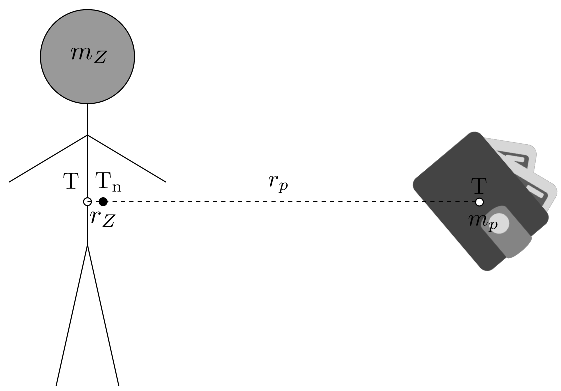
3.2 Linka č. 74

vzorák **Marianka**, opravovala **Marianka**

Chceme zistiť, ako ďaleko bude peňaženka od človeka, keď ich spoločné ťažisko je mimo tela človeka. Čiže, kedy ťažisko bude čo najbližšie k človeku, pritom, že bude mimo neho. Vezmime si, že tento človek má peňaženku v zadnom vačku a zlodej mu ju ukradne. V takom prípade budeme rátať s tým, že chceme, aby bolo spoločné ťažisko peňaženky a človeka tesne vedľa jeho chrbta. Napríklad, priemerná Zuzka má vzdialenosť tesne vedľa chrbta od ťažiska svojho tela asi 11 cm.

Vieme, že ťažisko sa počíta rovnako ako páka, teda závisí od hmotnosti a vzdialenosti od ťažiska. Keď máme dva hmotné body, Zuzku a peňaženku, vieme polohu ťažiska vypočítať z

$$m_Z r_Z = m_p r_p.$$



Obrázok 2: *Nákres Zuzkinho ťažiska a ťažiska Zuzkinej peňaženky*

Z rovnice si m_Z a m_p vieme určiť, r_Z je vzdialenosť od pôvodného ťažiska po nové, a r_p je teda jediná vec, ktorú nevieme. Teda si ju vyjadríme z rovnice, a dostaneme

$$r_p = \frac{m_Z r_Z}{m_p}.$$

Vypočítajme si to teda pre priemernú Zuzku. Hmotnosť priemernej Zuzky je $m_Z = 55\ \mathrm{kg}$ a hmotnosť Zuzkinej peňaženky je $m_p = 0{,}24\ \mathrm{kg}$. Vzdialenosť pôvodného Zuzkinho ťažiska a terajšieho Zuzkinho ťažiska je $r_Z = 0{,}11\ \mathrm{m}$.

Poďme teraz vypočítať vzdialenosť pôvodného ťažiska peňaženky a terajšieho:

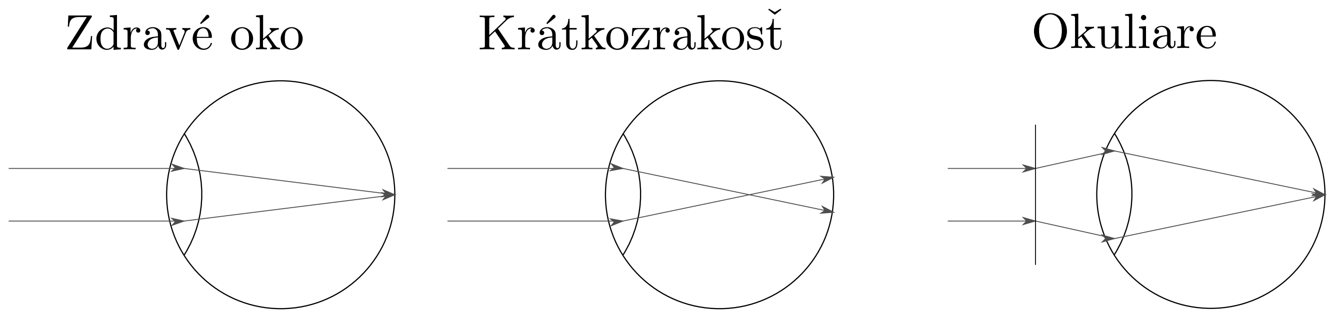
$$\begin{aligned} r_p &= \frac{m_Z r_Z}{m_p}, \\ &= \frac{55\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}11\ \mathrm{m}}{0{,}24\ \mathrm{kg}}, \\ &\doteq 25{,}2\ \mathrm{m}. \end{aligned}$$

Vidíme teda, že keď priemernej Zuzke zlodej ukradne peňaženku a odnesie ju o viac ako približne 25 m, príde aj o svoje ťažisko.

3.3 Klam optika? vzorák **Barbie Barančíková** a **Kubo H.**, opravovali **Barbie Barančíková** a **Kubo H.**

Poďme sa najprv pozrieť na to, čo vlastne spôsobuje rozostrený obraz. Na prvom obrázku vidíme zjednodušený model zdravého oka. Šošovka v oku usmerňuje svetelné lúče presne tak, aby sa stretávali v jednom bode, ktorý leží na sietnici. Naši kamaráti s okuliarmi to však také jednoduché nemajú. Svetelné lúče sa im totiž kvôli zrakovej vade zbiehajú pred alebo za sietnicou (podľa toho sa určí, či je človek krátkozraký, alebo ďalekozraký) a na sietnici preto nevzniká ostrý obraz.

Na druhom obrázku je model oka krátkozrakého človeka. Tento problém sa dá vyriešiť tak, že pred očnú šošovku dáme ešte jednu, na mieru vyrobenú, ktorá upraví dráhu svetelných lúčov tak, že na očnú šošovku dopadá svetlo pod patričným uhlom, aby sa zbiehalo na sietnici. Na tomto princípe fungujú okuliare.



Obrázok 3: *Ako vyzará lámanie lúčov v oku*

Dataprojektor pracuje veľmi podobne. Obraz môžeme zaostrovať vďaka tomu, že posúvame šošovku vnútri dopredu a dozadu. Poloha šošovky určí, či sa bude svetlo zbiehať do jedného bodu na stene a obraz bude ostrý, alebo sa bude zbiehať inde a obraz bude rozmazaný. To nás privádza k záveru, že ak pred rozostrený dataprojektor dáme patrične zakrivenú šošovku, obraz na stene bude ostrý, tak isto, ako sa to dá s okuliarmi a s ľudským okom.

Keď už vieme, ako to vlastne celé funguje, poďme porozmýšľať nad tým, či teória, že by človek so zrakovou vadou videl ostro obraz nezaostreného projektora, naozaj môže fungovať. Sú tam predsa dve šošovky (v našom oku a v projektore) a vieme, že keď je obraz, ktorý prechádza cez jednu šošovku rozostrený, môžeme ho zachrániť tým, že dráhu svetla upravíme ďalšou šošovkou. Nanešťastie pre ľudí so zrakovými vadami, táto teória má jednu veľkú chybu.

Predstavme si dráhu svetla od momentu, kedy opustí projektor do momentu, kedy dopadá na sietnicu. Lúč z rozostreného projektora sa najprv odráža od steny, na ktorú je namierený. Až potom putuje k nám a preto sa do očí dostáva pod úplne iným uhlom a nie je nijako možné, aby sme obraz naspäť zreprodukovali. Človek so zrakovou vadou by rozostrený obraz projektora jednoducho videl ešte viac rozostrene.

Môžeme sa na to pozrieť ešte takto: Projektor má v sebe ostrý obraz, no zle nastavená šošovka spôsobí, že keď tento obraz premietne na stenu, kvôli rozostreniu sa stratia niektoré detaily. Napríklad červený štvorec by po rozostrení stratil presné hranice a vyzeral by skôr ako červený fľak. Človek so zdravými očami si môže akurát domýšľať, že na obrázku bol pôvodne štvorec, pretože na stene jednoducho premietnutý nie je. Neexistuje taká zraková vada, ktorá by nám umožnila vidieť veci, ktoré sa obrázku nie sú. Tak náš mozog ani zrak jednoducho nefungujú.

3.4 Vezmeme si hoblík...

vzorák **Tomáš**, opravoval **Tomáš**

Kmeň môžeme považovať za valec, pílime ho v rovine kolmej na os, čiže na menšie valcové úseky. To znamená, že plocha vnútri kmeňa, cez ktorú je pílené (a vznikajú pri tom piliny), je rovnako veľká ako podstava valca. Ak je táto plocha x-krát väčšia, pri pílení vyrobíme približne x-krát viac pilín.

Chceme teda zistiť, koľkokrát je táto plocha väčšia u druhého kmeňa ako u prvého kmeňa. Oba kmene majú rovnakú hustotu, čiže ak je druhý kmeň trikrát ťažší, musí mať aj trikrát väčší objem. Objem valca závisí od jeho dĺžky a plochy podstavy ako

$$l\pi r^2.$$

Pomocou tohoto vzorčeka vieme vyjadriť pomer podstáv prvého a druhého kmeňa. Plochu podstavy vieme zlúčiť do jedného člena, keďže nejdeme zisťovať nič o polomeroch. Nesmieme zabudnúť na to, že druhý kmeň je dvakrát taký dlhý ako ten prvý. Keď porovnáme objemy kmeňov, dostávame rovnicu:

$$2lS_2 = 3lS_1,$$

kde l je dĺžka prvého kmeňa a S_1, S_2 respektívne plochy. Z tohoto vieme úpravou rovnice dostať

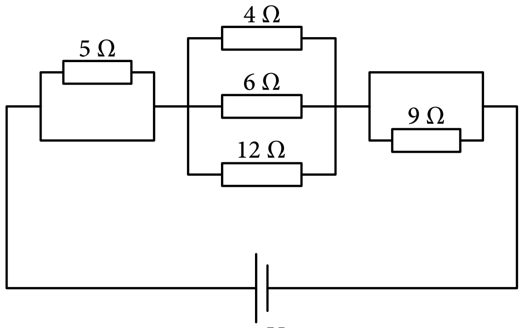
$$S_2 = 1{,}5S_1.$$

Čiže zisťujeme, že plocha podstavy druhého kmeňa bude 1,5-krát väčšia ako pri tom prvom. Podľa nášho predpokladu budeme mať tým pádom 1,5-krát viac pilín. Hmotnosť pilín získaných z druhého kmeňa bude teda 1,5 kg.

3.5 Mlunné odporníke

vzorák **Terka**, opravovala **Terka**

Aby sme zistili pretekajúci prúd, podľa Ohmovho zákona potrebujeme poznať napätie a odpor celej siete. Táto odporová sieť môže na prvý pohľad vyzerať záludne, no v skutočnosti sa dá veľmi ľahko zjednodušiť. Vieme sa na ňu pozrieť ako na tri paralelné zapojenia za sebou.



Pozrime sa ako nimi bude pretekať prúd. Keď prúd príde na prvú rozdvojku, musí sa rozdeliť medzi vetvu s odporom 5 Ω a vetvu s odporom 0 Ω. Predstavme si paralelné zapojenie s dvoma rezistormi R_1 a R_2, ktorým tečie prúd I deliaci sa na I_1 a I_2. Vieme, že pri paralelnom zapojení pre prúdy prechádzajúce rezistormi platí (prúd sa musí na rozdvojke rozdeliť)

$$I = I_1 + I_2.$$

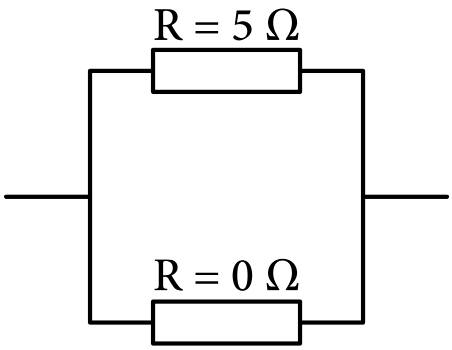
Celkový odpor paralelného zapojenia dvoch rezistorov s odporom R_1 a R_2 je

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

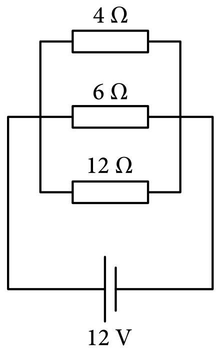
Z Ohmovho zákona vieme potom zistiť prúdy prechádzajúce cez jednotlivé vetvy:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{I \cdot R}{R_1} = I\frac{R_2}{R_1 + R_2},$$

$$I_2 = \frac{U}{R_1} = \frac{I \cdot R}{R_1} = I\frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$



Za R_1 si dosadíme 5 Ω a za R_2 0 Ω, teda I_1 bude 0 A a I_2 bude I A. Všetok prúd potečie vetvou s nulovým odporom. Teda vetvu s odporom 5 Ω môžeme úplne vymazať. Rovnako to bude fungovať aj na opačnej strane, kde môžeme zmazať vetvu s odporom 9 Ω. Tak sme dostali úplne jednoduché paralelné zapojenie s tromi rezistormi.



Celkový odpor teda bude:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega},$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2\,\Omega},$$

$$R = 2\,\Omega.$$

Keďže už poznáme celkový odpor siete, vieme pomocou vypočítať aj celkový prúd.

$$I = \frac{U}{R},$$

$$I = \frac{12\text{ V}}{2\,\Omega} = 6\text{ A},$$

A aké bude napätie na odpore 6 Ω? Keďže máme všetky rezistory zapojené paralelne, vieme že napätie je na každej vetve rovnaké, teda na vetve s odporom 6 Ω bude napätie tiež 12 V.